

中国科学技术大学

博士学位论文



基于 transmon qubit 的量子芯片 工作环境的研究与优化

作者姓名： 孔伟成
学科专业： 物理
导师姓名： 郭国平 教授
完成时间： 2018 年 5 月 4 日

University of Science and Technology of China
A dissertation for doctor's degree



Study and Optimization of Working Environment for Transmon Qubits

Author: Weicheng Kong

Speciality: Physics

Supervisors: Prof. Guoping Guo

Finished time: 2018.5.4

中国科学技术大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文,是本人在导师指导下进行研究工作所取得的成果。除已特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含任何他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了明确的说明。

作者签名: _____

签字日期: _____

中国科学技术大学学位论文授权使用声明

作为申请学位的条件之一,学位论文著作权拥有者授权中国科学技术大学拥有学位论文的部分使用权,即:学校有权按有关规定向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅,可以将学位论文编入《中国学位论文全文数据库》等有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。本人提交的电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。

保密的学位论文在解密后也遵守此规定。

公开 保密(____年)

作者签名: _____

导师签名: _____

签字日期: _____

签字日期: _____

摘 要

本人从进入郭国平教授的固态量子芯片研究室至今，一直在学习与研究量子芯片工作环境的优化方法。本人接触的是基于 transmon qubit 的超导量子芯片体系，而实验室的研究课题是半导体量子芯片，实验室在半导体量子计算方面积累了丰富的实验经验，对于超导体系，这些经验无疑提供了巨大的帮助，但也面临全新的挑战与尝试。经过五年的调研、学习、思考与实验，本人不仅搭建起一整套 transmon qubit 的加工平台以及测控平台，而且掌握了超导量子芯片的调控表征方法，并且将绝大多数精力放在对于 transmon qubit 工作环境尤其是低温环境部分的设计与优化中，成功将 transmon qubit 的平均 T_1 从 0.6 μs 左右提高至 5 μs ，并且还在持续优化中。

Transmon qubit 是基于铝制超导电路的量子比特体系，对于工作环境的最基本要求就是温度低于其超导临界温度（约 1.18 K）。我们使用了能够达到 10 mK 极低温的稀释制冷机来维持 transmon 的工作温度，但这依然是远远不够的。在本人的学习研究中，发现了大量影响 transmon 相干时间的因素，这些噪声来源于量子芯片工作环境以及测控方法。学习以及消除噪声源是非常困难以及耗费精力的工作，但完成这些工作的意义重大：我们得以将 transmon qubit 的相干时间提高了将近 10 倍，并且加深了对 qubit 测控方法的理解。

本论文主要内容包括：

1. 简要介绍了量子计算的发展以及当前主流的三种量子计算体系方案。特别地，我们意识到，量子芯片的性能除了与芯片体系以及加工质量有关之外，还受到外界环境的影响与限制。因此，优化量子芯片工作环境对于提高 qubit 的相干时间具有非常大的效果。
2. 我们介绍了 cavity QED 体系以及 circuit QED 体系，满足 dispersive-strong coupling 条件时，circuit QED 体系具有重要的量子信息处理应用价值。我们详细分析了 transmon qubit 与 CPW 的相互作用，同时给出了影响 transmon qubit 相干时间的主要噪声来源以及我们的芯片设计方案和设计思路。
3. 我们研究了 transmon 的具体测控方法，并计算了逻辑门操作的速度。我们得到单比特门典型时间 25 ns，两比特门 15 ns。我的第一个工作是基于 transmon 对测控信号的需求，针对性地搭建了完整测控线路。并且初步获得了具有 0.6 μs 左右相干时间的 qubit。
4. 由于 qubit 相干时间与门操作时间的比值决定了操作保真度的上限，我们必

须至少将 qubit 相干时间提高到 5 μs 以上, 才有希望达到 99% 的保真度。我的第二个工作是对 transmon 低温工作环境的彻底改造优化。我们引入了多重屏蔽措施, 包括磁屏蔽以及红外辐射屏蔽; 除此之外, 我们引入了两种重要的量子功能芯片——Purcell filter 以及 J-Amp, 并成功将 qubit 平均 T_1 提高至 5 μs 。

5. J-Amp 能够有效放大单光子信号, 并且只携带与量子涨落相当的噪声。我的第三个工作是进一步研究了 J-Amp 的设计与测控。针对 J-IMPA 式放大器, 我们给出了详细的设计方案、测控方法, 并研究了它在 flux-pump 工作模式下的表现。我们实现了平均低于 400 mK 噪声温度, 最大增益达到 20 dB 的放大器性能。
6. 进一步地, 我们考虑了量子芯片扩展时芯片封装带来的影响。我们无法再使用 wire-bonding 技术引出信号, 它会带来严重的接触阻抗突变以及信号串扰问题, 最终导致 qubit 相干时间的下降。我的第四个工作是设计了一种基于弹簧针的立体封装方案, 将所有的信号通过第三个维度引出, 解决了 wire-bonding 所带来的后果, 并同时还能优化芯片表面的信号泄露, 对于进一步提高 qubit 的相干时间非常有价值。
7. 量子芯片对于测控仪器的依赖性非常大。当量子芯片扩展后, 信号线路急剧增加, 而当前商用仪器搭建的测控系统因难以扩展, 无法适用于以后的量子芯片测控。本人设计了一套量子芯片专用反馈测控系统, 用于替代商用仪器搭建量子芯片的测控平台。该套测控系统最基本的特征是可扩展性; 同时更重要的是它具有更高效的运行效率。我们使用 FPGA 构建出硬件层控制核心, 并且设计了一种能够在 200 ns 以内完成硬件反馈功能的结构方案, 整体上解决了量子芯片测控信号实时生成与处理的技术性问题, 并在帮助我们接下来实现量子实时纠错实验上能够提供不可替代的优势。
8. 最后, 本人介绍了一系列优化量子芯片测控信号的细节方法。研究了相位噪声对 qubit 退相干的影响, 并给出了能够将影响降低到可忽略程度的相噪方案。同时本人总结了一套量子芯片测控流程, 用于帮助更好地表征以及优化量子芯片的实验参数。

本论文的主要创新点有:

1. 基于共面波导结构设计了两种 Purcell filter 结构, 它们能在不影响 qubit readout 信号的前提下, 对 qubit 频段的噪声额外提供至少超过 20 dB 的抑制度。
2. 首次使用 flux-pump 工作模式研究了 J-IMPA 的性能, 发现在该模式下阻抗

变换线依然能工作，并且不影响 J-Amp 的原本工作模式。我们实现了平均低于 400 mK 噪声温度，最大增益达到 20 dB 的放大器性能，特别是在极端工作参数下，我们能够获得最高 29 dB 的增益与 1.2 GHz 的增益带宽。该放大器能够实现至少 87% 的 single shot readout 保真度。

3. 改进了立体封装方案，利用弹簧针信号引出方式取代落后的 wire-bonding 技术，解决了接触阻抗突变以及信号串扰问题。
4. 首次将量子芯片测控系统作为一个独立的课题开展研究，设计了一套具有总共 40 通道并且能够非级联式扩展的测控系统。此外，我们提供了一种能够实现低于 200 ns 硬件延时的反馈测控方案。
5. 研究了 qubit 退相干与操控信号相位噪声的关系，并给出了一组能够将系统错误率降低至 0.034% 以下的量子芯片测控系统相噪参数。

关键词：Transmon qubit，退相干，量子芯片工作环境，Purcell filter，J-Amp，立体封装，量子芯片测控系统。

ABSTRACT

I have been studying the optimization method of working environment for transmon qubit since I went in the Solid-State Quantum Computation Group. At first, we know little about transmon since its new in our lab. However, thanks to the rich experience we gained in semiconductor quantum dot measurements during these years, I learned a lot while facing more challenges. After five years' learning and experiments, I have built up a whole fabrication system and measurement system for the transmon qubit. I spent most of my time in designing and optimizing the working environment, especially the low temperature part. We have successfully improved the average qubit decay time from $0.6 \mu\text{s}$ to $5 \mu\text{s}$, and we are still improving it.

Transmon qubit system is built by aluminum superconducting circuits. We have to cool it down to extremely low temperature, typically 30 mK, which is far low than aluminum's critical temperature. Even in such environment, noises are large and fatal to the qubit performance. We find that the noises come from the working environment and the measurement method. It is hard to eliminate all the noises, but it's worthing doing so. As a result, we improved the coherence time of transmon qubit by 10 times, and we learned quite a lot about qubit measurement methods.

This thesis mainly includes the following parts:

1. We briefly introduced the development of quantum computing and three qubit systems. We noticed that the quality of quantum chip not only relied on the qubit system and fabrication quality, but also was restricted by external environment fluctuations. It is effective to improve qubit coherence times by optimizing its working environment.
2. We introduced the cavity QED system and the circuit QED system. In dispersive-strong coupling region, the circuit QED system has important applications in quantum information processing. We analyzed the interaction between transmon qubit and the CPW, and we presented the main noise sources affecting transmon qubit's lifetime. We also presented the quantum chip design and design thoughts.
3. We studied the controlling method of transmon, and we obtained its operation speed. My first work was building a measurement system for transmon, and we acquired qubits with $0.6 \mu\text{s}$ coherence times.
4. Since the ratio of coherence time to operation time determines the upper bound of

operation fidelity, it is critical to improve qubit's coherence time. My second work was optimizing transmon's low temperature working environment. Multi-layer shields were introduced, which are effective to protect the qubit from magnetic and infrared radiation noises. Besides, we introduced the Purcell filter and the J-Amp. By doing so, we successfully improved averaged qubit T_1 to 5 μ s.

5. J-Amp can amplify single microwave photon signal efficiently, while adding noise as low as quantum fluctuation. My third work was studying J-Amp design and measurements. Based on J-IMPA type, we acquired **20 dB gain** with average noise temperature **below 400 mK** in different operation modes.
6. Further, we considered the affection of qubit package on extending quantum chip. Wire-bonding would never useful, since it would cause severe contact impedance mutation and signal crosstalk, which resulted in coherence time decreasing. My fourth work was design a new three-dimentional qubit package method based on pogo-pin bonding technique. It linked the signal through the third dimation, and it solved the drawbacks of wire-bonding. Besides, this design could suppress signal leakage through the chip surface, which is affective in improving qubit coherence times.
7. Quantum chip measurement relies on electronics and instrument set up. I designed a measurement system to replace commercial instruments. With basic extensible ability, we improved the process efficiency by constructing a hardware controlling unit using FPGA. Latancy in less than 200 ns can be achieved, which not only solves the realtime signal generation and processing, but also supports us to realize realtime quantum error correcting in the future.
8. Finally, we presented methods for optimization controlling signals. We investigated the impact of LO phase noise on qubit dephasing, and we presented a solution to reduce noise-induced operation errors. Finally, I concluded a measurement procedure, which can help us optimizing the controlling parameters.

The main innocations of this thesis are:

1. We designed two Purcell filters to shield the qubit from decaying through the readout cavity. They gave external suppression of 20 dB in qubit frequency range, while had no influence on qubit readout signal.
2. For the first time, we investigated J-IMPA under flux-pump mode, we found out that the impedance converter can still work, and we also observed traditional J-

Amp modes. We acquire J-IMPA with 20 dB gain and noise temperature below 400 mK. Under extreme operation parameters, we obtained gain up to 29 dB and gain-bandwidth up to 1.2 GHz. We found that the J-Amp could offer single shot readout ability with at least 87% readout fidelity.

3. We improved a three-dimensional qubit packaging with pogo-pin bonding technology. It enabled us with higher quality bonding contact and method to expand the qubit number without increasing chip size. Besides, this packaging improved the noise isolation from the qubit environment, and also decreased signal leakage on chip.
4. For the first time, we regarded the qubit measurement system as an independent research project. We gave detailed design for a 40-channel system, which can be further extended. Particularly, we offered a solution which can achieve real-time feedback control with hardware latency in less than 200ns.
5. We investigated the relationship between the LO phase noise of qubit control & measurement system and the qubit dephasing time. We gave a set of design parameters which can reduce the system error rate under 0.034%.

Key Words: Transmon qubit, decoherence, qubit working environment, Purcell filter, J-Amp, three-dimensional qubit packaging, qubit measurement system.

目 录

摘 要	I
ABSTRACT	V
目 录	IX
第 1 章 绪 论	1
1.1 量子计算的发展概述	1
1.2 量子计算的先决条件——DiVincenzo 标准	2
1.3 几种主要的量子计算实现方案	4
1.4 量子芯片的工作环境	5
参 考 文 献	8
第 2 章 超导量子芯片	13
2.1 腔量子电动力学	13
2.1.1 J-C 哈密顿量	13
2.1.2 原子与光场能级共振的情况	15
2.1.3 原子与光场能级大失谐的情况	17
2.2 约瑟夫森结与超导量子比特	19
2.2.1 约瑟夫森结	19
2.2.2 利用约瑟夫森结构建超导 qubit	22
2.3 超导谐振腔	25
2.3.1 共面波导传输线	25
2.3.2 谐振腔	26
2.4 电路量子电动力学	28
2.5 量子比特的耦合与量子数据总线	33
2.6 影响 qubit 相干时间的噪声来源	34
2.7 Superconducting quantum chip 结构	36
参 考 文 献	39

第 3 章 Transmon 工作环境的搭建与优化	43
3.1 超导 qubit 的逻辑门操控	43
3.1.1 普适量子逻辑门操作与量子态的含时演化	43
3.1.2 1-q gate 的实现	44
3.1.3 2-q gate 的实现	46
3.2 Transmon qubit 测控线路的搭建与基本优化	47
3.2.1 低温线路改造	47
3.2.2 室温信号线路以及测控系统的搭建	49
3.3 量子芯片噪声屏蔽优化	54
3.3.1 Qubit 封装以及噪声屏蔽装置	55
3.3.2 线路衰减器的施加与计算	57
3.4 量子功能芯片——Purcell filter 的应用	60
3.4.1 阻抗变换线 Purcell filter	61
3.4.2 半波长谐振腔式 Purcell filter 的设计	62
3.5 量子功能芯片——J-Amp 的研制与应用	66
3.5.1 约瑟夫森行波参量放大器 (J-TWPA)	67
3.5.2 阻抗匹配参量放大器 (J-IMPA)	68
3.5.3 J-IMPA 的调试流程与测试效果	73
3.5.4 J-IMPA 的 flux-pump 工作模式研究	75
3.5.5 J-IMPA 对读取信噪比的提高	81
3.6 Qubit 芯片的立体封装方案	82
3.6.1 立体封装设计思路	82
3.6.2 立体封装方案进一步优化	87
3.6.3 立体封装的组装流程	89
3.7 Qubit T_1 的有效提高	90
参 考 文 献	92
第 4 章 量子芯片专用反馈测控系统的设计	95
4.1 研发背景与研发目的	95
4.2 设计思路	96
4.3 功能结构	97
4.3.1 主控模块	97

4.3.2 8 通道 DC 模块.....	98
4.3.3 8 通道 AWG 模块.....	98
4.3.4 20 通道矢量源模块.....	99
4.3.5 4 通道 feedback 测量模块.....	99
4.3.6 可扩展性的设计.....	99
4.4 基本功能及使用流程.....	100
4.4.1 偏置电压源.....	100
4.4.2 AWG 模式.....	101
4.4.3 射频矢量源模式.....	101
4.4.4 非反馈测控模式.....	102
4.4.5 反馈测控模式.....	103
4.5 反馈测控功能延时.....	104
参 考 文 献.....	107
第 5 章 量子芯片操控信号的优化.....	109
5.1 Qubit 基本参数的提取.....	109
5.1.1 读取腔的基本表征.....	109
5.1.2 Qubit 可调性的表征.....	110
5.1.3 Qubit pulsed readout.....	111
5.2 IQ 混频器的优化.....	113
5.2.1 IQ 混频器.....	113
5.2.2 IQ 混频器的修正.....	114
5.3 Qubit 操控信号的优化.....	117
5.3.1 Qubit 能谱测量.....	117
5.3.2 qubit drive 频率的优化.....	118
5.4 测控流程的优化.....	121
参 考 文 献.....	123
第 6 章 总结与展望.....	125
参 考 文 献.....	127
附录 A 电路谐振腔及其量子化.....	129

附录 B 微波仿真软件 Sonnet 以及超导量子芯片结构参数的仿真与设计	133
致 谢	137
攻读博士学位期间发表的学术论文与其他研究成果	141

第 1 章 绪 论

1.1 量子计算的发展概述

量子计算是一门将逻辑信息编码在可以相互转化的两个量子态——量子比特(qubit)上,利用量子比特系统构建高度复杂的量子中央处理器(Quantum CPU)——量子芯片,利用量子芯片实现对存储在复杂量子态中的信息的可控编程操作——量子逻辑门与量子算法,最终实现量子信息处理过程的前沿科学。在解决一些特定的问题(比如质因数分解)上,量子计算机的运算能力以及运算速度的潜力远高于现在世界上所有经典计算机的总和。

早在上世纪 70 年代,就有很多人提出了利用量子物理体系实现量子信息处理的前期想法。1976 年, Roman Stanisław Ingarden 发表了名为《量子信息理论》的论文集。他在论文中表明,尽管香农信息理论无法直接推广到量子情况下,但是可以通过构建一个量子信息理论,作为香农理论的更一般形式,从而解决这个问题。到了 80 年代,通用量子计算机、量子模拟、通用量子逻辑门操作、量子退火等的概念逐渐具体化[1]-[6]。尤其是 1981 年费曼在他著名演讲“*There’s Plenty of Room at the Bottom*”中提到, 使用经典计算机有效地模拟真实量子体系的演化是不可能的,但是有可能通过构建出一个“量子模拟机”[3],利用一个已知并且可操控的量子体系的行为来模拟另一个量子体系的演化。

1994 年, André Berthiaume 和 Gilles Brassard 共同提出了 oracle 原型机[7]的概念,之后它成为多个基础量子算法的核心结构,比如同年 Peter Shor 提出的用于大数的质因数分解的 Shor 算法[8],以及 1996 年 Lov Grover 提出的量子搜索算法[9]。1994 年年底, Ignacio Cirac 和 Peter Zoller 提出了基于离子阱体系的受控非门 CNOT gate 的实验方案[10]。1995 年, Peter Shor 和 Andrew Steane 同时提出了量子纠错的概念与发表,这两篇文章都于次年正式发表[11]-[12]。1996 年, IBM 的 David P. DiVincenzo 提出了量子计算机早期较为完备的概念,并给出了几种潜在可行的物理方案[13]。自此,量子计算不再仅仅是理论探讨,它开始在一些脱颖而出的优秀物理体系中孕育新生。

1995 年, Christopher Monroe 和 David Wineland 在离子阱体系中实现了 CNOT gate 的实验演示[14],这是人们实现的第一个量子逻辑门操作。1997 年, N. A. Gershenfeld 与 I. L. Chuang 提出了 NMR 量子计算的概念[15]。同一年, Daniel Loss 和 David P. DiVincenzo 提出基于半导体量子点的方案,他们计划利用电子自旋[16]构建量子比特。1998 年,在 NMR 体系上先后实现了大量量子算法演示

工作[17]-[18]。可是当时人们认为 NMR 体系无法实现纯态量子纠缠[19]，因而限制了该体系的进一步发展，但关于 NMR 量子体系的研究一直持续至今。

2004 年，A. Wallraff 首次利用了 CPB 超导 qubit 实现了 qubit 与单个光子的强耦合[20]，随后几年里，A. Wallraff 以及 D. I. Schuster 等人陆续验证了超导 qubit 具备实现量子计算的潜力[21]-[24]。半导体量子计算以及离子阱量子计算也在这几年得到了极大发展[25]-[31]。这些重要的前期实验工作使得这三种体系在众多量子计算方案中脱颖而出，并逐步发展为当今三大主流量子计算体系[32]-[34]。

从 1995 年到现在的二十年时间里，一共发展出硅基核自旋、半导体量子点（charge qubit、electron spin qubit）、superconducting qubit（CPB、transmon、Xmon 等）、trapped ions、线性光学体系、拓扑量子计算等不同方向，每个方向下又有数种细节分支。每种物理体系都具有独特的优势，但同时都存在各种局限性。本人所在的中科院量子信息重点实验室固态量子计算研究室的核心研究项目是半导体量子计算，经过十年的发展，我们取得了大量进展[35]-[45]。但是未来量子计算机究竟采用何种物理体系，现在是完全不可预知的，甚至可能是各种物理体系共存的一种极其微妙的组合。但这些物理体系必须具备某些通用的特性，缺一不可。

1.2 量子计算的先决条件——DiVincenzo 标准

早在 2000 年，人们就已经总结出一系列用于检验某个物理体系是否可能用于实现量子计算的判定依据了，这些判定依据最早由理论物理学家 David P. DiVincenzo 提出[46]，因此又被称为“**DiVincenzo 标准**”，这些先决条件成为了后来人们寻找以及筛选可能用于实现量子计算的物理体系的依据。

a) **量子芯片必须具有可扩展性**

量子比特定义在可以相互转化的两个量子态上，可以选取天然能级，也可以构建人造能级，以满足特殊的调控需求。通常选取最低的两个能级，分别记为 $|0\rangle$ 态与 $|1\rangle$ 态。人们所说的“qubit”，既指代抽象的量子逻辑编码信息，也指代了用于构建量子逻辑编码信息的具体物理结构。我们能够利用量子叠加态同时保留 $|0\rangle$ 与 $|1\rangle$ 所包含的信息。这是量子比特与经典比特本质上的区别。理论上， n 个量子比特可以保存 2^n 条 n 比特信息，而经典比特最多只能保存 n 条单比特信息。尽管量子比特保存信息的能力拥有了指数级的提升，但是在提取信息时需要量子比特进行读取，而读取必然使量子比特坍塌到某个本征态，使得最后只能读出一条信息，因而存储信息能力本身并不能带来运算效率的提升。此外，还有一点很重要的区别是，经典比特的信息存储于数字波形中，而量子比特的编码、存储与

读取依赖于复杂度更高的模拟波形。

通常，构建包含一至两个 qubit 的量子芯片是较容易做到的，在很多物理体系中都实现了少量 qubit 的实现与演示。但是在量子计算机中，所使用到的 qubit 数目可能是数百个，数万个，甚至数亿个。同时把这么多个 qubit 加工在同一块量子芯片上，其难度不言而喻。因此量子芯片必须具备可扩展性，即在芯片结构的设计以及加工能力上，都不存在制约 qubit 数目的限制因素。而能够做到这一点的，只能是固态体系，尤其是基于传统的大规模集成电路加工工艺的半导体物理体系。借助半导体加工技术与经验，在一块高纯度的半导体硅片上，使用精密的光刻设备曝出 qubit 结构的精细图案，并用 PVD、CVD 以及物理/化学刻蚀等技术精确加工出纳米级尺寸的电极结构，在一块芯片上同时加工 2000 个 qubit 已经成为现实[47]。

b) **Qubit 必须可以重置** 一般經由purcell decay, qubit都能decay到|0>態

受到非零的环境温度（服从麦克斯韦·玻尔兹曼热平衡分布）以及各类外界噪声（相干噪声如 qubit 读取过程导致的能级跃迁以及非相干噪声如高斯噪声）的影响，qubit 往往具有不为零的激发态能级分布（通常 5%-10%左右）。在量子信息处理之前，我们必须将所有 qubit 可靠地重置到一个确切的已知态，一般为 |0>态。

c) 量子信息处理过程依赖于**通用量子逻辑门操作集**

经典信息处理过程使用通用经典逻辑门构建，同样地，我们需要一组通用量子逻辑门。我们发现，所有的量子逻辑门操作都可以用一组特定的 1q-gate 加上一个任意的 2q-gate 来构建。只要能够获得这样的通用量子逻辑门操作集，我们就能完成任意量子信息处理过程（不考虑相干时间）。在大多数情况下，单比特操作由一组 1q-Clifford 集构成，两比特操作选择 CNOT 门。目前量子逻辑门操作的保真度已经可以达到 99%以上[48]。在最简化的版本中，只需要四种基本操作就可以实现量子信息处理过程： $\{H, S, CNOT, T\}$ [49]，其矩阵形式如下：

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.2.1)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \quad (1.2.2)$$

這兩個門能組成任意邏輯門

$$CNOT = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.2.3)$$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{pmatrix} \quad (1.2.4)$$

d) **Qubit 必须能够被非破坏地读取**

由于量子信息存储在量子态中，因而我们必须对量子态进行解析，才能获得

量子信息处理的结果。解析过程本质上是对一部分 qubit 实施读取。

正如前面所说，直接读取 qubit 会使其坍塌，这样读出的不是完整的 qubit 信息。事实上，我们必须将量子芯片与环境高度隔离，避免任何环境扰动对 qubit 的影响。在这样的前提下，我们更加不可能直接读取 qubit。但是，**我们可以构建一个辅助体系，该辅助体系能够对 qubit 的量子态产生可观测的响应**。我们只需要读取辅助体系的响应，并且将其与 qubit 的状态一一对应起来即可。由于我们没有直接读取 qubit，因而对其量子态的破坏可以降到非常低的水平，从而实现非破坏性读取。目前在固态量子计算体系中，最常用的辅助体系是基于微分电导响应进行读取的 QPC 结构[50]以及基于单模光子频率响应进行读取的共面波导超导微波谐振腔结构[51]。

e) Qubit 的相干时间要足够高

所有的量子逻辑门操作必须在 qubit 退相干之前完成。当 qubit 退相干以后，其信息也随之破坏，一切操作将没有意义。在 qubit 退相干之前，能够实现的逻辑门操作越多，qubit 在量子信息处理中的性能就越强。我们需要在维持 operation time 不变的前提下，设法延长 coherence time。**Qubit 的相干时间除了与芯片体系以及加工质量有关之外，还受到外界环境的影响与限制**。尽管我们可以通过结构改进提高相干时间，故用“磁屏蔽”以及“红外辐射屏蔽”来改善但结构改进对操作速度的影响同样很大。而**通过优化 qubit 的工作环境，抑制环境噪声对 qubit 的影响，可以在不降低操作速率的同时大幅提高 qubit 相干时间**。改fabrication可能優化相干時間，但也可能使操作時間變長本人的博士工作正是基于这个基本思路开展。

f) 附加条件 1: 量子信息需要能够被长期存储与实时提取

量子寄存器 - 用來儲存 quantum chip 的運算結果, 需要將資訊儲存更長時間
在量子信息处理过程中，我们可以把运算结果暂存到“量子寄存器”中。**量子寄存器具有远长于量子芯片的相干时间，能够将量子信息保存更长的时间，并且能随时把信息返还给量子芯片，与 RAM 很像**。目前已经有一些体系具备实现量子寄存器的条件[52]-[53]。

g) 附加条件 2: 量子信息需要能被长程传递

使用多个级联的量子芯片可以实现效率更高的量子信息处理过程。此时量子芯片之间相隔遥远，无法直接传递量子信息，我们需要辅助体系构建量子信息长城传递的桥梁。这样的辅助体系被称为量子数据总线，**在量子数据总线中实际起作用的媒介被称为“飞行比特”**。目前在超导 qubit 体系中已经引入了共面波导超导微波谐振腔结构的量子数据总线[54]，**对应的飞行比特是单个微波光子**。

1.3 几种主要的量子计算实现方案

当前主流的三大量子计算方案为 trapped ions 体系、semiconductor 体系以及

superconducting 体系。

Trapped ions: 在高真空的环境中将目标原子离子化，然后用电磁场捕获，即可形成电离后原子的势阱，这也正是离子阱这个名称的由来[55]-[57]。离子阱 qubit 定义于 ioned-atom 的两个天然能级上。取决于离子阱选取的原子体系，单比特操控方式可以是微波脉冲也可以是激光。离子阱 qubit 的能级频率几乎完全相同，这会给选择性量子逻辑门操作带来一定的难度。离子阱 qubit 的相互作用形式是库仑力，两比特逻辑门由选择性驱动两比特之间的振动模式来实现。

指不同離子阱的能級會差不多，部像SC qubit的能級可用fabrication做成不一樣

Semiconductor: 在多层半导体异质结构间形成指定形状的二维电子气层，然后使用一组直流电极分别施加恒定电压，将二维电子气中的电子束缚在 0 维势阱内并逐个排空，获得单个电子，并利用电子 spin 自由度构建出自旋量子比特[16], [58]-[59]。此外，也可以利用电子的其他自由度构建电荷量子比特[19], [23], [25]。半导体量子比特是人造原子，其能级频率通常在 4-20GHz 范围内，单比特逻辑门使用微波脉冲实现。半导体 qubit 之间的相互作用形式多样，比如 spin qubit 可以使用电子自旋共振 (ESR) [60]-[62]或者电偶极矩自旋共振 (EDSR) [63]-[67] 来激发，charge qubit 的 2q-gate 使用门控电压脉冲调控即可。半导体 qubit 的读取主要使用 charge sensor——QPC[25]或者 SET[68]读取，最近两年微波读取技术也得到了突破[69]。

Superconducting: 利用 Josephson junction 以及邻近的电容结构，构成一个非线性的 LC 振荡电路。LC 振荡电路的量子化后构建出超导 qubit。超导 qubit 有很多分支结构，从最早的库珀对盒子[70]演化为 transmon[71]，并再衍生出 Xmon[72]与 3D transmon[73]，此外还有 flux qubit[74]、phase qubit[75]等等。超导 qubit 也是人造原子能级，其能级频率通常在 4-8GHz 范围内，1q-gate 使用微波脉冲实现。超导 qubit 的 2q-gate 可以用微波脉冲或者方波脉冲来实现。超导 qubit 的读取是微波读取方法 [76]。

X形状的transmon

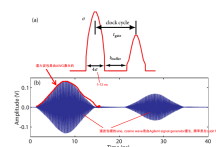
1.4 量子芯片的工作环境

量子态是“脆弱的”，对于量子芯片来说，其工作环境至关重要。如果环境过于嘈杂，则量子态极易被破坏，保存其中的信息随即丢失，量子芯片就失去了作用。目前国际上所研制的绝大多数 quantum chip 都是工作在极低温环境，例如 transmon qubit，它需要在 30 mK 以下才具有优异性能。如果环境温度过高，qubit 就相当于在热水中泡澡，其量子态的演化将非常难以控制。在量子芯片的研究中，很大一部分关注点在于如何改进其工作环境。

量子芯片的工作环境包含维持其工作温度的低温平台与低温信号线路，以及

维持 qubit 所需测控信号的电子器件与信号源表。此外，对 qubit 实施的操控信号也会激发 qubit 与环境的相互作用。因而，我们需要尽可能降低各种环境扰动对 qubit 的影响。量子芯片需要高稳定的机械固定，并与制冷源维持良好热接触，所有连接至芯片的信号线路也都需要满足同样要求；芯片周围要被特制的材料或者封闭结构层层包裹，以屏蔽任何外来磁场噪声以及红外辐射噪声；信号线路上需要额外增加大量电子器件用于降噪优化，但同时我们还需要处理器件本身引起的额外影响。我们将 qubit 操控信号通过重重优化的线路施加给 qubit，才有希望实现高质量的量子逻辑门操作。但施加的信号除了对 qubit 产生可控相互作用之外，不可避免地会带来附加影响。因而信号本身需要被修饰，以权衡操控效果以及负面效应，最终才能达到最高的操控保真度。这些都需要经历反复的设计、调试、再改进，耗费巨量的精力与成本才能逐步完成。本人的博士工作主要是基于 transmon qubit 的量子芯片工作环境的搭建与优化，并通过 qubit 的表征实验验证环境优化的效果。

像 Jerry Matthew thesis
143 頁所寫的 pulse shaping



1.2 节我们提到，qubit 的编码、存储与读取依赖于高复杂度的模拟波形，我们需要一整套的精密仪器，才能组合生成精度足够高的 qubit 逻辑门操作的脉冲序列。当量子芯片扩展后，信号线路急剧增加，而当前商用仪器搭建的测控系统因难以扩展，无法适用于以后的量子芯片测控。本人设计并参与研发了一套多通道量子芯片专用反馈测控系统，它最基本的特征是可扩展性；同时更重要的是它具有更高效的运行效率。基于此我们提供了一种量子芯片测控信号实时生成与处理的技术解决方案。

量子芯片是量子计算机的核心。在量子计算机的实现道路上，我们需要解决很多技术问题，详见图 1.4.1。其中非常关键的是，量子计算需要考虑纠错的问题。我们需要至少 4 个 [77]、多至成百上千个 qubit，才能完成一个 qubit 的量子态纠错 [78]-[79]。我们称所有用于纠错的辅助 qubit 为物理比特，被纠错的 qubit 为逻辑比特。逻辑比特有可能对应到某一个具体的物理比特上，也有可能对应到一组物理比特上。量子信息处理过程依赖的是逻辑比特。Austin G. Fowler 与 J. Martinis 等人共同提出了名为 surface code [80] 的量子芯片架构，在该架构中，所有的物理比特位于一个等效“量子晶格”的固定位置上，一方面便于量子纠错的实施，另一方面降低了所需操作保真度的阈值。当前，我们正处于从量子纠错到构建逻辑比特的过渡中，见图 1.4.1 的绿色箭头。

應該是說要多個會錯的物理比特才能夠等效於一個“不會錯”的邏輯比特

現在做出來的量子晶片都是物理比特

目前国际上公开可证伪的位数最高的是 IBM 的包含 20 个物理比特的量子芯片 [81]，我们离通用量子计算机的道路尚且遥远。但我们需要保持乐观的态度。经典计算机最早由上个世纪 40 年代问世，当时整个机器非常笨重，且只能解决特定的问题，但经过长达 70 年的发展，电子计算机已经融入生活的每一个角落，

这是当初的人们完全没有预料到的。在当前的国际发展前景下，未来的技术突破是一个持续加速的过程，我相信，量子计算机已经离我们不远了，而我们只需要踏实地走好每一步。

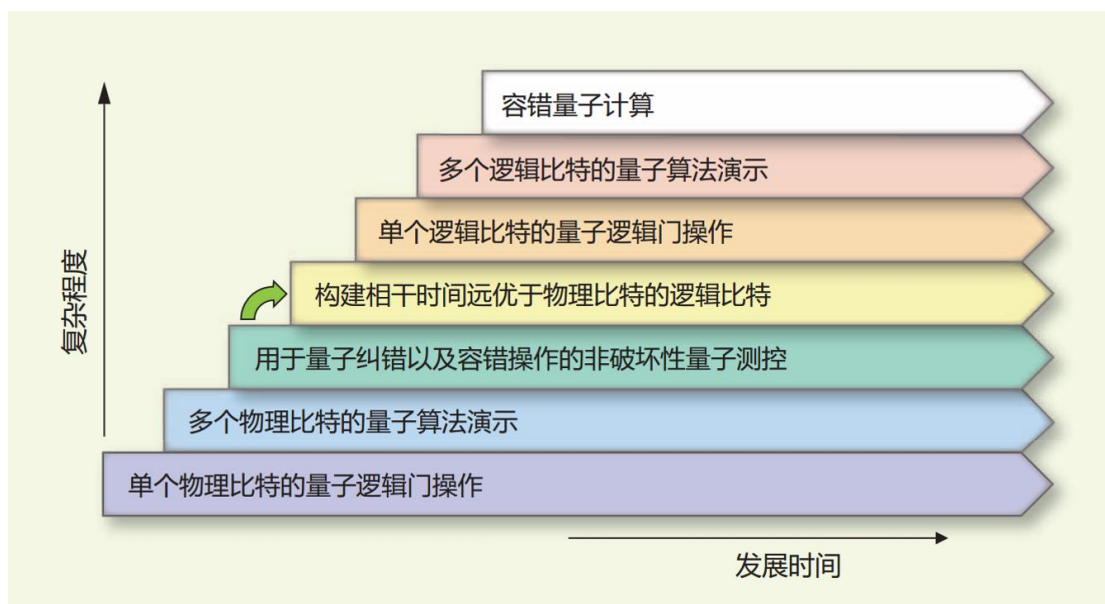


图 1.4.1 量子计算发展方向，汉化自[82]。

参 考 文 献

- [1] B. Paul, et al. The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines, *Journal of Statistical Physics* 22 (5): 563–591 (1980).
- [2] Yu I. Manin, et al. Vychislimoe i nevychislimoe (“Computable and Noncomputable” in Russian), *Sov.Radio* pp. 13–15 (1980).
- [3] <https://people.eecs.berkeley.edu/~christos/classics/Feynman.pdf>
- [4] B. Paul, et al. Quantum mechanical hamiltonian models of turing machines, *Journal of Statistical Physics* 29 (3): 515–546 (1982).
- [5] W. K. Wootters, W. H. Zurek, et al. A single quantum cannot be cloned, *Nature* 299 (5886): 802–803 (1982).
- [6] D. Dieks, et al. Communication by EPR devices, *Phys. Rev. A* 92 (6): 271–272 (1982).
- [7] A. Berthiaume and Gilles Brassard, Oracle Quantum Computing, *Journal of Modern Optics* 41:12, 2521-2535 (1994).
- [8] P. W. Shor, Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring, *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science Santa Fe, NM*, pp. 124-134 (1994).
- [9] Lov K. Grover, A fast quantum mechanical algorithm for database search, *STOC '96 Proceedings of the twenty-eighth annual ACM symposium on Theory of computing*, pp 212-219, 1996.
- [10] C. Monroe, et al. Demonstration of a fundamental quantum logic gate, *Phys. Rev. Lett.* 75 (25), 4714 (1995).
- [11] A. R. Calderbank and P. W. Shor. Good quantum error-correcting codes exist, *Phys. Rev. A* 54(2): 1098-1105 (1996).
- [12] A. M. Steane, Simple quantum error-correcting codes, *Phys. Rev. A* 54(6): 4741-4751 (1996).
- [13] D. P. DiVincenzo, Topics in Quantum Computers, arXiv: 9612.126 (1996).
- [14] C. Monroe, et al. Demonstration of a Fundamental Quantum Logic Gate, *Phys. Rev. Lett.* 75: 4714–4717 (1995).
- [15] N. A. Gershenfeld and I. L. Chuang, Bulk spin-resonance quantum computation, *science* 275 (5298), 350-356 (1997).
- [16] D. Loss and D. P. DiVincenzo, Quantum computation with quantum dots, *Phys. Rev. A* 57, p120 (1998).

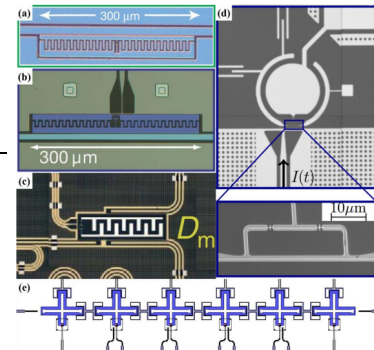
-
- [17] Isaac L. Chuang, et al. Experimental Implementation of Fast Quantum Searching, *Phys. Rev. Lett.* 80 (15): 3408–3411 (1998).
- [18] B. E. Kane, A silicon-based nuclear spin quantum computer, *Nature*. 393 (6681): 133–137 (1998).
- [19] S. L. Braunstein, et al. Separability of Very Noisy Mixed States and Implications for NMR Quantum Computing, *Phys. Rev. Lett.* 83, 1054 (1999).
- [20] A. Wallraff, et al. Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics, *Nature* 431, 162 – 167 (2004).
- [21] Alexandre Blais, et al. Cavity Quantum Electrodynamics for Superconducting Electrical Circuits: An Architecture for Quantum Computation, *Phys. Rev. A*, 69, 062320 (2004).
- [22] A. Wallraff, et al. Approaching Unit Visibility for Control of a Superconducting Qubit with Dispersive Readout, *Phys. Rev. Lett.* 95, 060501 (2005).
- [23] D. Schuster, et al. Resolving Photon Number States in a Superconducting Circuit, *Nature*, 445, 7127, 515 – 518 (2007).
- [24] Alexandre Blais, et al. Quantum-information Processing with Circuit Quantum Electrodynamics, *Phys. Rev. A*, 75, 032329 (2007).
- [25] J. M. Elzerman, et al. Single-shot read-out of an individual electron spin in a quantum dot, *Nature* 430, 431-435 (2004).
- [26] T. Hatano, et al. Single-electron delocalization in hybrid vertical-lateral double quantum dots, *Science* 309, 268-271 (2005).
- [27] F.H.L. Koppens, Driven coherent oscillations of a single electron spin in a quantum dot, *Nature* 442, 766 (2006).
- [28] Hanson, et al. Spins in few-electron quantum dots, *Review of Modern Physics* 79, 1217 (2007).
- [29] D. Kielpinski, et al. Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer, *Nature* 417, 709–711 (2002).
- [30] Stephan Gulde, et al. Implementation of the Deutsch–Jozsa algorithm on an ion-trap quantum computer, *Nature* 421, 48–50 (2003).
- [31] J. Chiaverini, et al. Surface-Electrode Architecture for Ion-Trap Quantum Information Processing, arXiv:0501.147.
- [32] Sergio Boixo, et al. Characterizing quantum supremacy in near-term devices, *Nature Physics* (2018), doi:10.1038/s41567-018-0124-x.
- [33] T. F. Watson, et al. A programmable two-qubit quantum processor in silicon, *Nature* 555: 633 (2018).

-
- [34] J. Zhang, et al. Observation of a many-body dynamical phase transition with a 53-qubit quantum simulator, *Nature* 551, 601–604 (2017).
- [35] Xiao-Jie Hao, et al. Strong and Tunable Spin–Orbit Coupling of One-Dimensional Holes in Ge/Si Core/Shell Nanowires, *Nano Lett.* 10(8), 2956-2960 (2010).
- [36] Gang Cao, et al. Back-action-driven electron spin excitation in a single quantum dot, *New J. Phys* 15, 023021 (2013).
- [37] Gang Cao, et al. Ultrafast universal quantum control of a quantum-dot charge qubit using Landau–Zener–Stückelberg interference, *Nature Communications* 4, 1401 (2013).
- [38] Hai-Ou Li, et al. Fabrication and characterization of an undoped GaAs/AlGaAs quantum dot device, *Journal of Applied Physics* 116, 174504 (2014).
- [39] Ru-Nan Shang, et al. Observation of the Kondo effect in a quadruple quantum dot, *Physical Review B* 91, 245102 (2015).
- [40] Jie You, et al. Suppression of low-frequency charge noise in gates-defined GaAs quantum dots, *Applied Physics Letters* 107, 233104 (2015).
- [41] Hai-Ou Li, et al. Conditional rotation of two strongly coupled semiconductor charge qubits, *Nature Communication* 6, 7681 (2015).
- [42] Gang Cao, et al. Tunable Hybrid Qubit in a GaAs Double Quantum Dot, *Physics Review Letters* 116, 086801 (2016).
- [43] Bao-Chuan Wang, et al. Tunable Hybrid Qubit in a Triple Quantum Dot, *Phys. Rev. Appl.* 8, 064035 (2017).
- [44] Bao-bao Chen, et al. Enhanced readout of spin states in double quantum dot, *Science Bulletin* 62, 712 (2017).
- [45] Hai-Ou Li, et al. Controlled Quantum Operations of a Semiconductor Three-Qubit System, *Physics Review Applied* 9, 024015 (2018).
- [46] D. P. DiVincenzo, The physical implementation of quantum computation, *Fortschr. Phys.* 48 771–83 (2000).
- [47] Andrew D. King, et al. Observation of topological phenomena in a programmable lattice of 1,800 qubits, *arXiv:1803.02047*.
- [48] R. Barends, et al. Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance, *Nature* 508, 500 (2014).
- [49] G Wendin, Quantum information processing with superconducting circuits: a review, *Rep. Prog. Phys.* 80 106001 (2017).
- [50] JM Elzerman, et al. Single-shot read-out of an individual electron spin in a quantum dot, *Nature* 430(6998):431–435 (2004).

-
- [51] M. Veldhorst, et al. Silicon CMOS architecture for a spin-based quantum computer, *Nature Communications* 8, 1766 (2017).
- [52] R. Maurand, et al. Quantum memory with millisecond coherence in circuit QED, *Phys. Rev. B* 94 (1), 014506 (2016).
- [53] Ye Wang, et al. Single-qubit quantum memory exceeding ten-minute coherence time, *Nature Photonics* 11, 646–650 (2017).
- [54] J. Majer, et al. Coupling Superconducting Qubits via a Cavity Bus, *Nature* 449, 443–447 (2007).
- [55] Juan I Cirac and Peter Zoller, *Physics Review Letters* 74(20):4091 (1995).
- [56] Dietrich Leibfried, et al. Quantum dynamics of single trapped ions, *Reviews of Modern Physics* 75(1):281 (2003).
- [57] Diego Porras and J Ignacio Cirac, Effective quantum spin systems with trapped ions, *Phys. Rev. Lett.* 92(20):207901 (2004).
- [58] David D. Awschalom, et al. Quantum Spintronics: Engineering and Manipulating Atom-Like Spins in Semiconductors, *Science* 339, 1174 (2013).
- [59] X. Mi, et al. Circuit quantum electrodynamics architecture for gate-defined quantum dots in silicon, *Appl. Phys. Lett.* 110, 043502 (2017).
- [60] J. P. Dehollain, et al. Nanoscale broadband transmission lines for spin qubit control, *Nanotechnology* 24, 015202 (2013).
- [61] M Veldhorst, et al. An addressable quantum dot qubit with fault-tolerant control-fidelity, *Nature nanotechnology*, 9(12):981–985 (2014).
- [62] M. Veldhorst, et al. A two-qubit logic gate in silicon, *Nature* 526, 410 (2015).
- [63] Y. Tokura, et al. Coherent Single Electron Spin Control in a Slanting Zeeman Field, *Phys. Rev. Lett.* 96, 047202 (2006).
- [64] Pioro-Ladrière, et al. Electrically driven single-electron spin resonance in a slanting Zeeman field, *Nat. Phys.* 4, 776–779 (2008).
- [65] E. Kawakami, et al. Electrical control of a long-lived spin qubit in a Si/SiGe quantum dot, *Nature Nanotechnology* 9, 666 EP (2014).
- [66] E. Kawakami, et al. Gate fidelity and coherence of an electron spin in an Si/SiGe quantum dot with micromagnet, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 113, 11738 (2016).
- [67] R. Maurand, et al. A CMOS silicon spin qubit, *Nature communications* 7, 13575 (2016).
- [68] Andrew D. Greentree, et al. Electrical readout of a spin qubit without double occupancy, *Phys. Rev. B* 71, 113310 (2005).

-
- [69] X. Mi, et al. Strong coupling of a single electron in silicon to a microwave photon, *Science* 355, 156 (2017).
- [70] David Gunnarsson, et al. Characterization of a single Cooper pair box, *CPB Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 18, 1-3, 27 – 28 (2003).
- [71] Jens Koch, et al. Charge-insensitive Qubit Design Derived from the Cooper Pair Box, *Phys. Rev. A* 76, 042319 (2007).
- [72] R. Barends, et al. Coherent Josephson Qubit Suitable for Scalable Quantum Integrated Circuits, *Phys. Rev. Lett.* 111, 080502 (2013).
- [73] Hanhee Paik, et al. Observation of High Coherence in Josephson Junction Qubits Measured in a Three-Dimensional Circuit QED Architecture, *Phys. Rev. Lett.* 107, 240501 (2011).
- [74] Fei Yan, et al. The flux qubit revisited to enhance coherence and reproducibility, *Nature Communications* 7, 12964 (2016).
- [75] John M. Martinis, Superconducting phase qubits, *Quantum Information Processing* 8, 81-103 (2009).
- [76] A. Lupășcu, et al. Quantum non-demolition measurement of a superconducting two-level system, *Nature Physics* 3, 119–125 (2007).
- [77] A.D. Córcoles, et al. Demonstration of a quantum error detection code using a square lattice of four superconducting qubits, *Nature Communications* 6, 6979 (2015).
- [78] J. Kelly, et al. State preservation by repetitive error detection in a superconducting quantum circuit, *Nature* 519, 66–69 (2015).
- [79] D. Ristè, et al. Detecting bit-flip errors in a logical qubit using stabilizer measurements, *Nature Communications* 6, 6983 (2015).
- [80] Austin G. Fowler, et al. Surface codes: Towards practical large-scale quantum computation, *Phys. Rev. A* 86, 032324 (2012).
- [81] <https://quantumexperience.ng.bluemix.net/qx/devices>
- [82] M. H. Devoret and R. J. Schoelkopf, Superconducting Circuits for Quantum Information: An Outlook, *Science* 339, 1169-1174 (2013).

第 2 章 超导量子芯片



本人所研究的是基于 transmon qubit 的超导比特体系。读博期间，本人参与设计、改进并测试了多种包含 1 至 8 个 qubit 的超导量子芯片（见图 2.2.4 (e) 以及图 2.3.3）。我们首先介绍其体系原型——cavity QED 中的 J-C 模型，再引申至具体实现方法——circuit QED，最后再分析影响 transmon qubit 退相干的噪声因素。只有掌握我们所研究的量子芯片物理体系，我们才能明确地知道它对工作环境的需求，并且针对性地实施优化。

2.1 腔量子电动力学

2.1.1 J-C 哈密顿量

腔量子电动力学（cavity QED）描述的是原子与光场之间的相互作用，特别地，最简单也最有价值的是对单个二能级原子与单模光场相互作用的研究，通常使用 Jaynes-Cumming Model（简称为 J-C 模型）[1]-[2]来描述。在 J-C 模型中，原子的两个能级分别记为基态 $|g\rangle$ 与激发态 $|e\rangle$ ；相应地，单模光场也被量化为 Fock 态 $|n\rangle$ ，其中 $n = a^\dagger a$ 代表光子数， $\{a^\dagger, a\}$ 为光子的湮没算符。假定原子从基态 $|g\rangle$ 到激发态 $|e\rangle$ 的能级跃迁频率为 ω_A ，从激发态 $|e\rangle$ 到基态 $|g\rangle$ 的能量弛豫速率为 Γ ；光场被束缚在光腔中，光场的能级频率为 ω_C ，光子离开光腔的逃逸速率（或者称光子的耗散速率）为 κ ；原子与光子的耦合强度为 g ，J-C 模型可以用图 2.1.1 形象地描述。

原子的(atomic) decay rate

即cavity漏光率

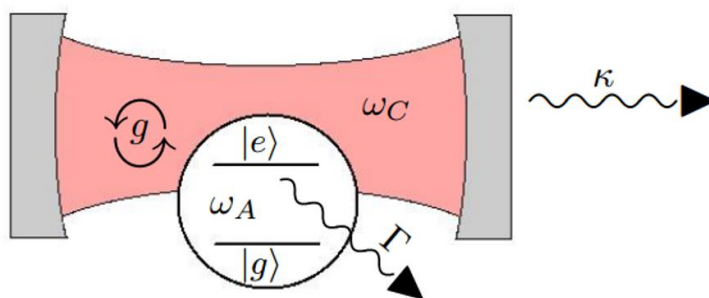


图 2.1.1 J-C 模型示意图，引用自[3]。

忽略原子的能量弛豫速率以及光子的退相干速率，在无外界作用下，J-C 模型对应的哈密顿量形式为：

$$H = \hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar\omega_A}{2} \sigma^z + \hbar g (a - a^\dagger) (\sigma_+ - \sigma_-) \quad (2.1.1)$$

在公式 (2.1.1) 中，三项分别为光场、二能级原子以及相互作用的哈密顿量。其中原子项引入了泡利算符：

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.2)$$

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.1.3)$$

$$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.1.4)$$

$$\sigma_{\pm} = \frac{\sigma_x \pm i\sigma_y}{2} \quad (2.1.5)$$

在 (2.1.1) 的相互作用项中，展开后一共包含了 4 项，其中两项为能量守恒项 ($a\sigma_+$ 与 $a^\dagger\sigma_-$)，剩下两项为能量非守恒项 ($a\sigma_-$ 与 $a^\dagger\sigma_+$)。对于能量守恒项，只要原子与光场的能级跃迁频率相等，则原子可以吸收一个微波光子并从基态跃迁到激发态；反过来，原子从激发态跃迁到基态时刚好可以产生一个微波光子；这个循环转化的过程不需要借助外界作用即可自发完成。而在能量非守恒项中，原子与光场同时失去或者获得能量，如果不引入外界作用项，它们发生的几率完全可以忽略；在外界作用强度不大时，能量非守恒项也可以忽略掉：我们对于 J-C 模型的对象的研究是基于测量表象（或者称实验室观测表象）中的，在将原始哈密顿量变换到测量表象的过程中，非守恒项会转化为 $e^{\pm i(\omega_A + \omega_C)t}$ 形式的高频项，在相互作用演化过程中，由于 $(\omega_A + \omega_C)t \gg 2\pi$ ，非守恒项的时间积分为 0，因而可以被忽略。该方法被称为旋波近似 (rotation-wave approximation, 简称 RWA) [4]。在一些特殊的量子光学体系中，原子与光场的耦合强度非常大，甚至与他们自身能级达到了相当的程度，此时 RWA 将不再适用。在 RWA 适用的情况下，公式 (2.1.1) 可以简化为：

$$H \approx \underbrace{\hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right)}_{\text{光场}} - \underbrace{\frac{\hbar\omega_A}{2} \sigma^z}_{\text{原子场}} + \underbrace{\hbar g (a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-)}_{\text{交互作用}} = H_0 + H_I \quad (2.1.6)$$

主要是此项已被简化了

旋波近似下的 J-C 模型具有以下两个特点[5]：

- (1) $H_0 = \hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar\omega_A}{2} \sigma^z$ 的本征态构成正交完备集合。而 H 的本征态可由 H_0 的本征态的线性组合表示；
- (2) 在 RWA 下，光场与原子交换激发能量，但总激发数守恒。因此子空间 $\mathfrak{K} = \{|n\rangle|e\rangle, |n+1\rangle|g\rangle\}$ 构成封闭空间。

基于以上两个特点，我们可以在封闭子空间 $\mathfrak{K} = \{|n\rangle|e\rangle, |n+1\rangle|g\rangle\}$ 内求解系统的本征态。在封闭子空间 \mathfrak{K} 内，公式 (2.1.6) 重新改写为：

$$\mathcal{H} = \hbar \begin{pmatrix} n\omega_C + \frac{1}{2}\omega_A & g\sqrt{n+1} \\ g\sqrt{n+1} & (n+1)\omega_C - \frac{1}{2}\omega_A \end{pmatrix} \quad (2.1.7)$$

子空间 $\mathfrak{K} = \{|n\rangle|e\rangle, |n+1\rangle|g\rangle\}$ 下之矩阵表示式
其中将 2.1.2-2.1.5 代入到 2.1.6 中

求解以上哈密顿量，得到系统的本征态为：

J-C model在RWA下得到的eigenfunction

$$|+, n\rangle = \sin \theta_n |n\rangle|e\rangle + \cos \theta_n |n+1\rangle|g\rangle \quad (2.1.8)$$

$$|-, n\rangle = \cos \theta_n |n\rangle|e\rangle - \sin \theta_n |n+1\rangle|g\rangle \quad (2.1.9)$$

对应的能量本征值为:

$$E_{\pm, n} = -\frac{1}{2}\hbar\omega_A + (n+1)\hbar\omega_C \pm \frac{1}{2}\hbar\Omega_n \quad (2.1.10)$$

兩個本徵態能級相差為 $\hbar\Omega_n$

在以上表达式中,

$$\cos \theta_n = \sqrt{\frac{\Omega_n - \Delta}{2\Omega_n}} \quad (2.1.11)$$

$$\sin \theta_n = \sqrt{\frac{\Omega_n + \Delta}{2\Omega_n}} \quad (2.1.12)$$

$$\Omega_n = \sqrt{4g^2(n+1) + \Delta^2} \quad \text{Rabi frequency} \quad (2.1.13)$$

$$\Delta = \omega_A - \omega_C \quad (2.1.14)$$

从公式 (2.1.8) - (2.1.14) 中可以看出, 当 $\Delta = 0$ 时, $|\pm, n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|n\rangle|e\rangle \pm$

$\frac{1}{\sqrt{2}}|n+1\rangle|g\rangle$, 此时原子与光场处于最大纠缠态——Bell state, 能级完全不可区分。

即兩個本徵態都處在 $|n\rangle|e\rangle$ 和 $|n+1\rangle|g\rangle$ 各一半機率的合成態, 即你不知道你的光子數是 n 還是 $n+1$, 和你的原子態是基態還是激發態

例如對 $|+, n\rangle$ 這個態而言, 你可以確認光子數為 n 而原子處在激發態

当 $\Delta = \infty$ 时, $|+, n\rangle = |n\rangle|e\rangle$, $|-, n\rangle = -|n+1\rangle|g\rangle$ (此时原子与光场的能级可以完全区分, 为两个孤立体系)。在一般情况下, $|+, n\rangle$ 描述了在光场能级贡献下的原子能级, 我们称之为 dressed 态, 对应地原子的原始能级被称为裸态。利用 dressed 态, 我们能学习 cavity QED 的性质以及应用。

2.1.2 原子与光场能级共振的情况

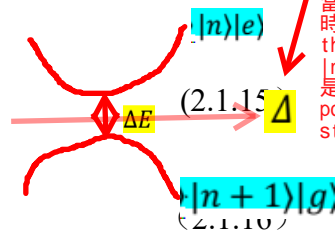
原子与光场的能级共振时, $\Delta = 0$, 此时两者能够自发地以相互作用强度 $\frac{1}{2}\Omega_n$ 交换能量, 我们称该现象为真空 Rabi 振荡。在封闭子空间 \mathcal{K} 内, 两个 dressed 态的能级差为

$$\text{在 } \Delta = 0 \text{ 时} \quad \Delta E = E_{+, n} - E_{-, n} = \hbar\Omega_n = 2\hbar g\sqrt{n+1} \quad (2.1.15)$$

(即光場與原子能級共振時, 注意此時的 ΔE 其實是最小的喔)

如果同时满足

$$g \gg \gamma, \kappa$$



當 $\Delta = 0$ 時, system is in the 混成態 of $|n, e\rangle$ 和 $|n+1, g\rangle$, 但若是 $\Delta > 0$ 時, 則會 polarized 到某一個 state

则 $E_{\pm, n}$ 在频谱上是分立的, 可辨识的。式中 $\gamma = \Gamma + \frac{\Gamma_\phi}{2}$ 为原子的总退相干速率, 其中 Γ_ϕ 为固有退相干速率。图 2.1.2 分别给出了 $n = 0, 1$ 时对应子空间的能级简图以及 $n = 0$ 时 dressed 态的频谱分布。在图 2.1.2 (b) 中我们可以看到, 当光子数 $n = 0$ 时, $\Delta E = 2\hbar g$, 在频谱上 dressed 态能级的间隔为 $2g$, 而两个 dressed 的线宽为 $(\kappa + \gamma)/2$, 远小于能级间隔 (注: 在频谱上, 信号线宽表示信号的耗散率)。在图 2.1.2 (b) 中, 频谱上的线宽表示 dressed 态对应两个能级的退相干速率。Dressed

Jerry thesis 71 頁

解釋 Γ_ϕ 的由來

線寬對應 Q 值, 而 Q 值與漏光率 κ 有關, 但我不知線寬與原子衰退率 r 也有關

rate $\Gamma_1/2$, which can be shown from a Bloch equation treatment [62]. In addition, there can be fluctuations to the transition frequency which occur over the course of a decay lifetime, labeled with a dephasing rate of Γ_ϕ . We can call the total dephasing the sum of these rates $\Gamma_2 = \Gamma_1/2 + \Gamma_\phi$. In the case that $\Gamma_\phi = 0$, the total dephasing rate is given by $\Gamma_1/2$, such that the dephasing time $T_2 = 2T_1$.

态的退相干速率与原子以及光场的退相干速率都有关系[3], [5]。

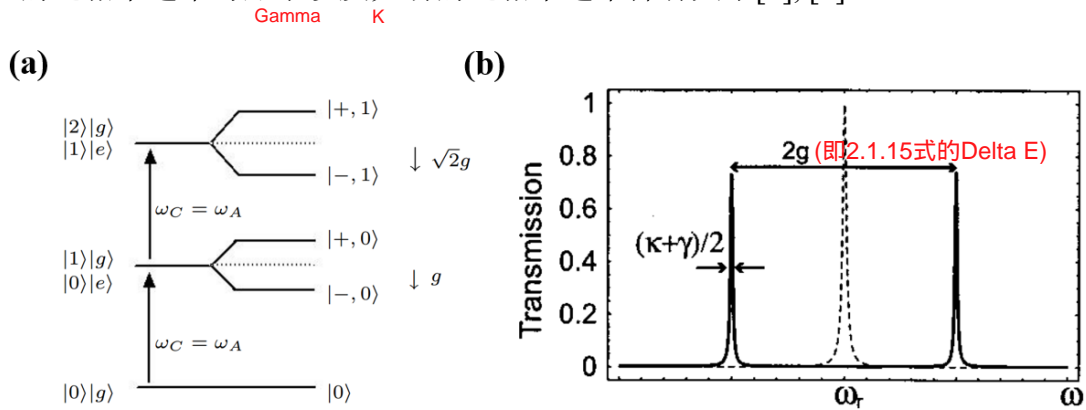


图 2.1.2 (a) $\Delta = 0$ 时 J-C 模型对应的能级简图；(b) 满足公式 (2.1.16) 时 dressed 态原子与真空光子相互作用时的能级频谱分布，引用自[3]。

$g \gg \gamma, \kappa$

公式 (2.1.16) 具有重要的意义，它表示原子与光场之间的相互作用速率大于原子与光场各自的退相干速率。因而，我们能够在原子与光场各自退相干之前，完成能量在两个体系之间的传递。我们称两个体系的相互作用速率大于各自的退相干速率为强耦合条件，对应地，我们称同时满足 $\Delta = 0$ 以及 $g \gg \gamma, \kappa$ 的腔量子电动力学体系为 resonant-strong coupled system。共振强耦合系统

事实上，在共振强耦合下，系统的量子态以速率 $\frac{1}{2}\Omega_n$ 在 $|\pm, n\rangle$ 之间自发持续地相互转化，直到因为总的退相干速率 $(\kappa + \gamma)$ 持续耗尽系统能量。因而原子与光场不仅可以交换能量，也可以交换任意量子态（也可以是量子信息）。因此，强耦合条件可以进一步地应用为：

- (1) 如果一开始原子与光场处于 $\Delta = \infty$ 的状态，则可以将原子编码为量子比特并存储信息；随后将原子调节至与光场共振；经过一段特定的时间 T 后系统经过演化，原子的信息传递到光场中；最后回到 $\Delta = \infty$ 的状态。
- (2) 与上类似，一开始在 $\Delta = \infty$ 时光场携带信息，通过类似的流程，将光场信息传递到原子中。
- (3) 结合 (1) 与 (2)，可以借助光场作为“媒介”，实现信息沿着原子 A \rightarrow 光场 \rightarrow 原子 B 的传递路径，此时需要对 J-C 模型作多体修正。
- (4) 在 (3) 的基础上，我们甚至不需要调节光场与原子的能级差。我们只需要调节使得原子 A 与原子 B 达到共振，同样可以实现信息传递。光场在该过程中充当媒介但不实际占有信息，称为“虚光场”。

在 resonant-strong coupled system 中，我们可以借助光场实现量子信息在多个原子（量子比特）之间的传递。在该过程中光场充当“飞行比特”的角色，满足了第 1.2 节中的先决条件 g 。

g) 附加条件 2: 量子信息需要能被长程传递

使用多个级联的量子芯片可以实现效率更高的量子信息处理过程。此时量子芯片之间相隔遥远，无法直接传递量子信息，我们需要辅助体系构建量子信息长程传递的桥梁。这样的辅助体系被称为量子数据总线，在量子数据总线中实际起作用的媒介被称为“飞行比特”。目前在超导 qubit 体系中已经引入了共面波导超导微波谐振腔结构的量子数据总线[54]，对应的飞行比特是单个微波光子。

2.1.3 原子与光场能级大失谐的情况

dispersive的条件

接下来我们再来研究 $\Delta \gg 0$ 的情况。此时 $\frac{g}{\Delta} \ll 1$ ，因而 $\Omega_n = \sqrt{4g^2(n+1) + \Delta^2} \approx \Delta$ ，系统的本征态近似为 $|+, n\rangle \approx |n\rangle|e\rangle$ ， $|-, n\rangle \approx |n+1\rangle|g\rangle$ ，系统的能量本征值近似为 $E_{+,n} \approx (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_C$ ， $E_{-,n} = -\hbar\omega_A + (n + 1 + \frac{1}{2})\hbar\omega_C$ 。

为了求解此时系统内部的相互作用，对公式 (2.1.6) 施加单位变换 $U = \exp\left[\frac{g}{\Delta}(a\sigma^+ - a^\dagger\sigma^-)\right]$ 。我们有

$$H' = UH U^\dagger$$

$$H \approx \hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar\omega_A}{2} \sigma^z + \hbar g (a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-)$$

光场
原子场
主要是此项已微扰化了
交互作用

$$= U \left[\hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar\omega_A}{2} \sigma^z + \hbar g (a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) \right] U^\dagger \quad (2.1.17)$$

运用基本变换公式

$$e^A B e^{-A} = B + [A, B] + \frac{1}{2}[A, [A, B]] + \dots \quad (2.1.18)$$

这裡的B就是H (2.16式)

我们依次得到

$$[a\sigma^+ - a^\dagger\sigma^-, a^\dagger a] = a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^- \quad (2.1.19)$$

$$[a\sigma^+ - a^\dagger\sigma^-, \sigma^z] = 2(a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) \quad (2.1.20)$$

$$[a\sigma^+ - a^\dagger\sigma^-, a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-] = -2 \left[\sigma^z \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (2.1.21)$$

从而求得 $[A, B]$ 项如下 利用2.1.19 - 2.1.20代入

$$\left[\frac{g}{\Delta} (a\sigma^+ - a^\dagger\sigma^-), H \right] = -\hbar g (a\sigma^+ + a^\dagger\sigma^-) - \hbar \frac{2g^2}{\Delta} \left[\sigma^z \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] \quad (2.1.22)$$

进一步，我们求出 $\frac{1}{2}[A, [A, B]]$ 项。累加后忽略所有 $\left(\frac{g}{\Delta}\right)^2$ 以上的高阶项，我们得到

$$H' \approx \hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar\omega_A}{2} \sigma^z - \hbar \frac{g^2}{\Delta} \left[\sigma^z \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] = H'_0 + H'_1 \quad (2.1.23)$$

从公式 (2.1.23) 可以看出，在 $\frac{g}{\Delta} \ll 1$ 时，耦合项发生了变化。通过重新组合以上哈密顿量，我们得到

$$H' = \hbar \left[\omega_C - \frac{g^2}{\Delta} \sigma^z \right] a^\dagger a - \frac{\hbar}{2} \left[\omega_A + \frac{g^2}{\Delta} \right] \sigma^z + \frac{\hbar}{2} \left(\omega_C - \frac{g^2}{\Delta} \right) \quad (2.1.24)$$

忽略最后的常数项，光场的能级频率额外多了一个与原子能级相关的偏移量，我们称之为 dispersive shift $\chi = -\frac{g^2}{\Delta} \sigma^z$ ；对应地，原子的跃迁频率多了一个固定的偏移量，我们称之为 lamb shift。公式 (2.1.24) 表达的物理图像是，当原子与光场具有耦合强度 g ，但是其能级差值 $\Delta = \omega_A - \omega_C \gg g$ 时，尽管两个体系之间不能直接交换能量，但是各自的能级频率都具有了一个额外偏移量。其中，原子处于

$[\omega_c - \frac{g^2}{\Delta} \sigma^z]$ 這是因為有一個 σ_z 跟在 dispersive shift 項旁邊的關係

$|g\rangle$ 时光场的 shift 为 $-\frac{g^2}{\Delta}$, 当原子处于 $|e\rangle$ 时 shift 为 $\frac{g^2}{\Delta}$; 只要光场存在, 原子能级

就产生了一个固定的偏移量 $\frac{g^2}{\Delta}$, 而这表示真空光场同样能对原子产生作用。

除此以外, 公式 (2.1.23) 还有另一种组合方式:

$$H'' = \hbar\omega_c a^\dagger a - \frac{\hbar}{2} \left[\omega_A + \frac{g^2}{\Delta} + 2 \frac{g^2}{\Delta} a^\dagger a \right] \sigma^z + \frac{\hbar}{2} \left(\omega_c - \frac{g^2}{\Delta} \right) \quad (2.1.25)$$

忽略最后的常数项, 公式 (2.1.25) 表达的物理图像为: 除了 lamb shift 之外, 当

光场中具有 $N = a^\dagger a$ 个光子时, 原子的能级频率还会额外产生 $2 \frac{g^2}{\Delta} a^\dagger a$ 的偏移量,

即你 cavity 中光很强的时候

我们称之为 **AC Stack shift**。

综上, $\frac{g}{\Delta} \ll 1$ 时, 原子与光场的相互作用同样具有独特的性质。如果同时

再满足 $|\frac{g^2}{\Delta}| \gg \gamma, \kappa$, 我们称这样的体系为 **dispersive-strong coupled system**, 此时的

(我們做實驗看到 state dependent read out 就是要在 此 regime)

光场能谱图见图 2.1.3。从图中我们可以看出, 此时光场因原子能级产生的劈裂远大于光场线宽, 因此 dispersive shift 可以定量地解析出来。类似地, AC stack shift 以及 lamb shift 都是可以分别解析出来的。

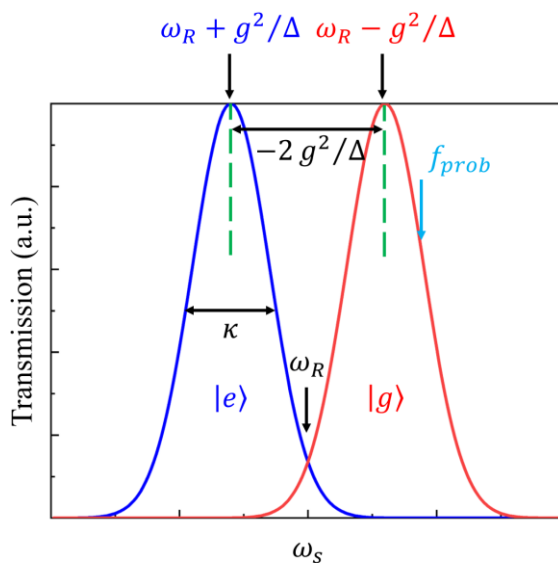


图 2.1.3 Dispersive strong region 下光场的能级频率与原子能级的关系图。

如果在 qubit 旁边引入一个光场, 并使它们满足 dispersive-strong coupling 条件, 则我们可以基利用 dispersive shift 实现 qubit 量子态的读取。在此, 我们假定

$\omega_A < \omega_c$, 这样当 qubit 处于 $|g\rangle$ 时, 光场的 shift $-\frac{g^2}{\Delta}$ 是正的。由于 $\frac{g}{\Delta} \ll 1$, 原子与光场的退相干过程互相影响可以忽略, 因而光场能级的线宽近似还是 κ 。

如果我们对光场施加一路 probe 信号, 将 probe 频率 f_{prob} 设在图 2.1.3 蓝色箭头

处, 则 qubit 处于基态 $|g\rangle$ 时的 probe 信号经过光场的透射系数远大于 qubit 处于激发态 $|e\rangle$ 时的透射系数。因此, 只要事先确定透射系数与 qubit 量子态的关系, 那么之后在任何情况下, 只要读到的透射系数大于某个阈值, 就可以判断 qubit 处于基态 $|g\rangle$, 反之处于激发态 $|e\rangle$ 。只要探测信号的功率足够弱, 并且持续的时间足够短, 使得光场中的光子数足够低, 就能将光场以及探测信号对 qubit 量子态的影响降至可忽略的程度, 这样就实现了光场对 qubit 的非破坏性读取。此外, AC stack shift 也是可以应用于量子信息处理过程的[6]-[7]。

研究 cavity QED 具有非常重要的价值。我们可以构建一个类腔量子电动力学体系, 使其处于 dispersive-strong coupling 条件, 并恰当地引入 qubit 的调控通道, 使得我们能够实现对 qubit 的逻辑门操作以及读取, 进而建立起量子计算的基本结构单元。

2.2 约瑟夫森结与超导量子比特

2.2.1 约瑟夫森结

本人所研究的 transmon qubit 体系就是这样一种合适的类腔量子电动力学体系。Transmon qubit 由超导约瑟夫森结 (Josephson junction) [8]-[9]以及相关结构构成。Josephson junction 是超导体-绝缘体-超导体异质结构, 最常见的是 Al-AlO_x-Al 的结, 详见图 2.2.1。近几年, 有很多新型约瑟夫森结的研究, 比如二维材料体系[10]、纳米线体系[11]等, 在这些体系中, 绝缘层部分被替换为可调制的隧穿层, 从而展现出更丰富的应用价值。

图 2.2.1 (a)展示的是 Josephson junction 通用模型示意图, 其中绝缘层部分用红色标出。Cooper pair 隧穿通过绝缘层界面后, 界面两侧的超导电流相位差 ϕ 满足:

$$I = I_C \sin \phi \quad (2.2.1)$$

式 (2.2.1) 称为 DC Josephson effect, ϕ 为超导电流在绝缘层界面两侧的相位差, I_C 为约瑟夫森结的临界电流。当穿过绝缘层的总电流超过 I_C 以后, 约瑟夫森结将会失超。临界电流的理论计算公式是

$$I_C = \frac{\pi \Delta}{2eR_{normal}} \quad (2.2.2)$$

上式中 Δ 为超导能隙, R_{normal} 为结的常态电阻。我们实验室制备的均为 Al-AlO_x-Al 约瑟夫森结, 在远低于铝的超导转变温度 1.18K 时, 结的临界电流可以使用

经验公式 $I_C = \frac{250 \mu A / \Omega}{R_{rt}}$ 来估算, 式中 R_{rt} 是结在常温下的电阻值。

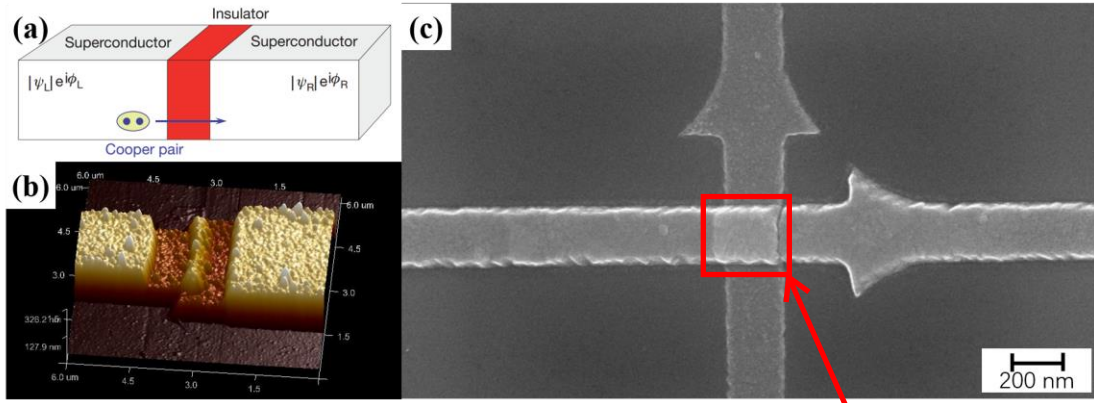


图 2.2.1 (a) Josephson junction 示意图，引用自[12]； (b) 我在实验室工作期间，制备的第一批铝制约瑟夫森结的 AFM 扫描斜视图，拍摄于 2015 年 4 月，当时加工条件极差，金属表面起伏 >50nm，但膜厚总共只有 100nm； (c) 利用十字型悬桥的双重斜角蒸发工艺制备的约瑟夫森结的 SEM 扫描照片，**结区设计尺寸为 200nm×200nm**。该工艺为目前实验室正在使用的制备方法，已经能够把表面起伏控制在 5nm 以下。

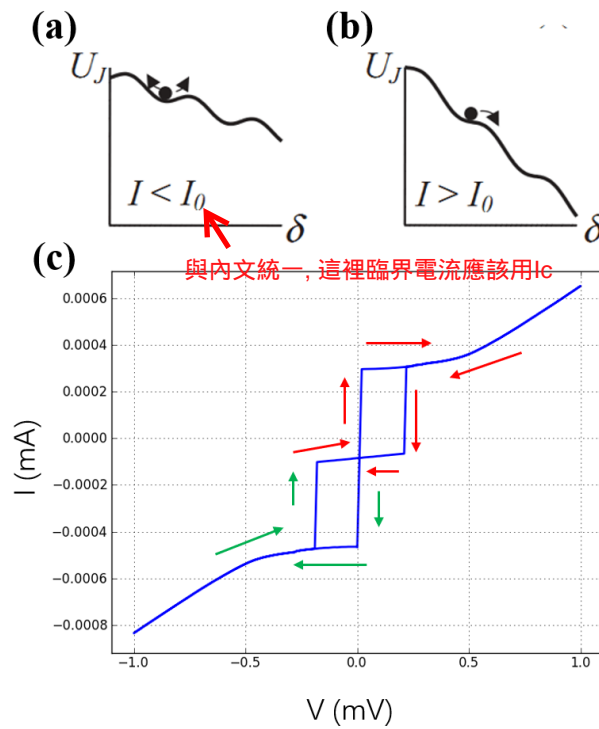


图 2.2.2 (a)和(b)分别描绘了通过结区电流小于以及大于其临界电流的势能曲线；(c)是实测的一组约瑟夫森结的 I-V 回滞曲线，该结的临界电流大约是 3.5uA。曲线纵向中心不为零是由仪器地平面不准确引起的，垂直方向曲线的倾角表示四端法 I-V 测量电路尚未消除线路上所有的额外电阻。 她可能也是用偽四端法,故沒法消除線路電阻

如果在 Josephson junction 两端额外施加电压 V ，则超导电流的相位满足 AC Josephson effect:

$$2eV = \hbar \frac{d\phi}{dt} \quad (2.2.3)$$

利用 AC Josephson effect 与 Kirchoff 电路定律，我们能够计算出 **Josephson junction** 的势能为：

$$U(\phi) = -E_J \left(\frac{I_0}{I_C} + \cos \phi \right) = -\frac{\hbar I_0}{2e} \phi - E_J \cos \phi \quad (2.2.4)$$

其中 I_0 为通过结区的总电流， $E_J = \frac{\Phi_0 I_C}{2\pi}$ 为约瑟夫森结的 Josephson Energy， $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ 为磁通量子。 I_C 为临界电流。约瑟夫森结的势能曲线是一个与 I_0 相关的震荡曲线，详见图 2.2.2。

（当通过结区的电流从零开始增加并且 $I_0 < I_C$ 时， $U(\phi)$ 存在与 I_C 大小相关的局部势阱，超导电流能以宏观量子态（束缚态）的形式存在，结区两侧不会表现出电势差；但是当 $I_0 > I_C$ 以后，势阱消失，此时超过部分的电流无法维持在宏观量子态，只能表现为单电子电流，从而结区失超产生电阻。在 $I_0 \approx I_C$ 处结区两端产生电势差的台阶，一般为 0.2-0.4mV 左右，对应着金属铝的超导能隙。反过来，当通过结区的电流从无穷大降至 $I_0 \approx I_C$ 时，单电子电流不会立即消失，因而 Josephson junction 的 I-V 曲线存在回滞。我们使用四端法表征过各种不同参数下结的 I-V 曲线，见图 2.2.2 (c)，其中红色箭头表示随着对应电流变化方向的 I-V 曲线。关于约瑟夫森结详细势能理论参见阅读引文[13]。Josephson junction 可以等效为一个 nonlinear inductance。利用公式 (2.2.1) 与 (2.2.3)，可以得到

$$L_J = \frac{V}{\frac{dI}{dt}} = \frac{\Phi_0}{2\pi I_C \cos \phi} \quad (2.2.5)$$

其中 $\Phi_0 = \frac{h}{2e}$ 为磁通量子。两个并联的约瑟夫森结构成的闭环装置叫做超导量子干涉仪 (SQUID)，在环内磁通量 Φ_x 的调制下，SQUID 的通路电流满足：

$$I = I_C (\sin \phi_a + \sin \phi_b) = 2I_C \cos \left(\frac{\pi \Phi_x}{\Phi_0} \right) \sin \left(\frac{\phi_a + \phi_b}{2} \right) \quad (2.2.6)$$

因此 SQUID 可以视为一个能被环内磁通量调制的 Josephson junction，见图 2.2.3。

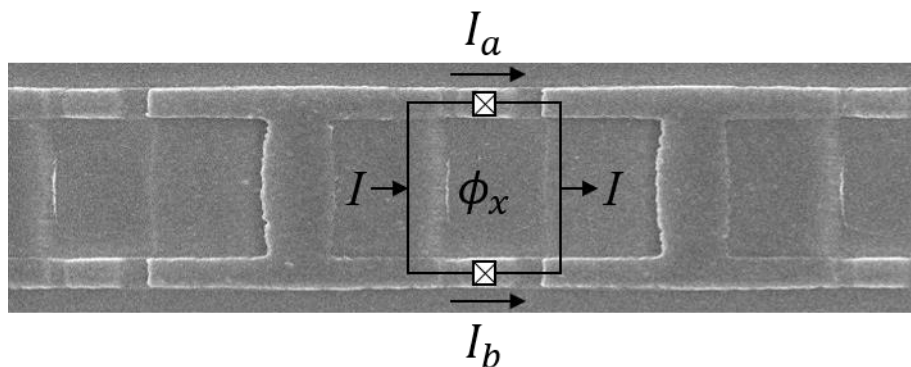


图 2.2.3 一种 SQUID 链状结构的 SEM 照片。

2.2.2 利用约瑟夫森结构建超导 qubit

如果在约瑟夫森结旁边做一个电容结构，就形成了一个非线性的 LC 振荡电路系统。该系统的总能量为

$$E = E_J + E_C = \frac{\Phi_0 I_C}{2\pi} + \frac{e^2}{2C} \quad (2.2.8)$$

式中 E_C 称为 Charge Energy。基于上式以及 E_J/E_C 相对比例，能定制出各种超导 qubit[14]。目前性能最好，使用最多，结构相对简单，工艺最成熟的是 Transmon qubit 的结构[15]。

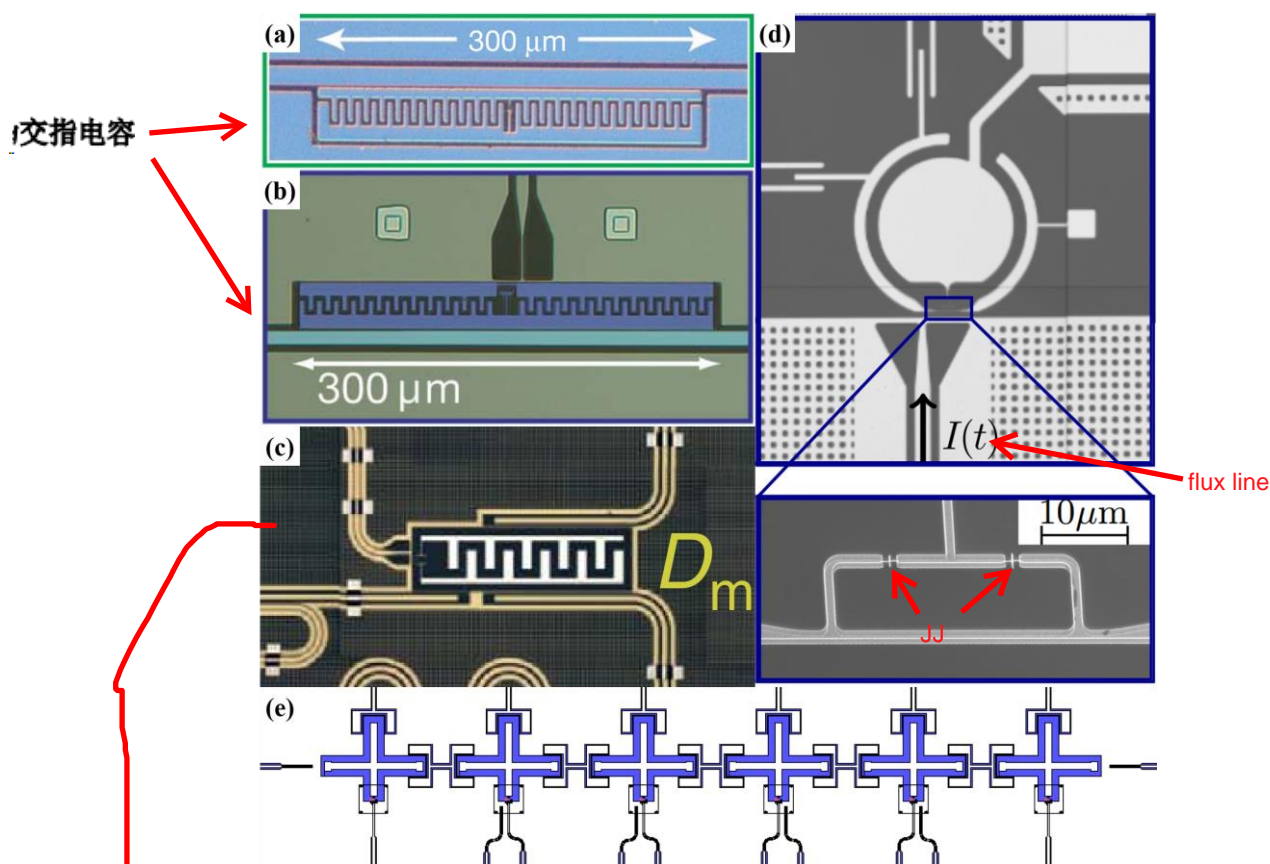


图 2.2.4 (a) 2007 年 Yale 的 Schoelkopf 组的 transmon[16]，电容部分为交指电容；
 (b) 2009 年 Yale 的 Schoelkopf 组的 transmon[17]，相比两年前的结构，大体上没有变化，参数设计、加工工艺更加精致；
 (c) 2014 年 Delft 的 Dicarlo 组的 transmon[18]，他们把原有对称的交指电容去掉了一半，更加便于施加 qubit 调控信号；
 (d) 2017 年 Rigetti Computing 的 transmon[19]，在他们的结构中，电容结构为圆形的分布式电容，寄生参数得到了降低；
 (e) 2018 年我们实验室最新 6 个 transmon qubit 一维耦合阵列的芯片结构设计图。

Transmon 是在电荷量子比特 CPB[14]的基础上，使用并联大电容来保护 Junction 区域，transmon 的参数范围为 $E_J/E_C \sim 100$ 。图 2.2.4 展示了多种 transmon

qubit, 具有不同的电容结构设计, 比如铝制的平面交指电容、分布式电容以及十字电容, 但约瑟夫森结部分均为 Al-AlO_x-Al junction (注: 物理上有很多 Josephson junction 体系, 但是只有铝结体系最适合做超导量子比特) 可能是最容易氧化, 且能跟斜角蒸鍍結合

Transmon 的原始哈密顿量为:

$$\hat{H} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi} \quad (2.2.9)$$

其中 $n_g = \frac{Q_r + C_g V_g}{2e}$ 为 transmon qubit 电容结构中孤立电子的数量, Q_r 为净电量, C_g

为 qubit 电容大小, V_g 为电容两端的电势差。类比一个运动的粒子的哈密顿量,

我们对公式 (2.2.9) 做量子化处理:

$$[\hat{\phi}, \hat{n}] = i \quad (2.2.10)$$

以及

$$\hat{n} = i \frac{\partial}{\partial \hat{\phi}} \quad (2.2.11)$$

量子化以后 transmon 的哈密顿量可以精确求解。由于 $\hat{\phi}$ 是电流相位算符, 因而自然满足相位边界条件 $\psi(\hat{\phi}) = \psi(\hat{\phi} + 2\pi)$, 再代入 (2.2.10) 与 (2.2.11), 将 (2.2.9) 重新改写为:

$$\left[4E_C \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \hat{\phi}} - n_g \right)^2 - E_J \cos \hat{\phi} \right] \psi(\hat{\phi}) = E\psi(\hat{\phi}) \quad (2.2.12)$$

引入函数 $g(x) = e^{-\frac{2in_g x}{\hbar}} \psi(2x)$, 以上方程可以再次化简为:

$$\hbar^2 g''(x) + \left(\frac{E}{E_C} + \frac{E_J}{E_C} \cos 2x \right) g(x) = 0 \quad (2.2.13)$$

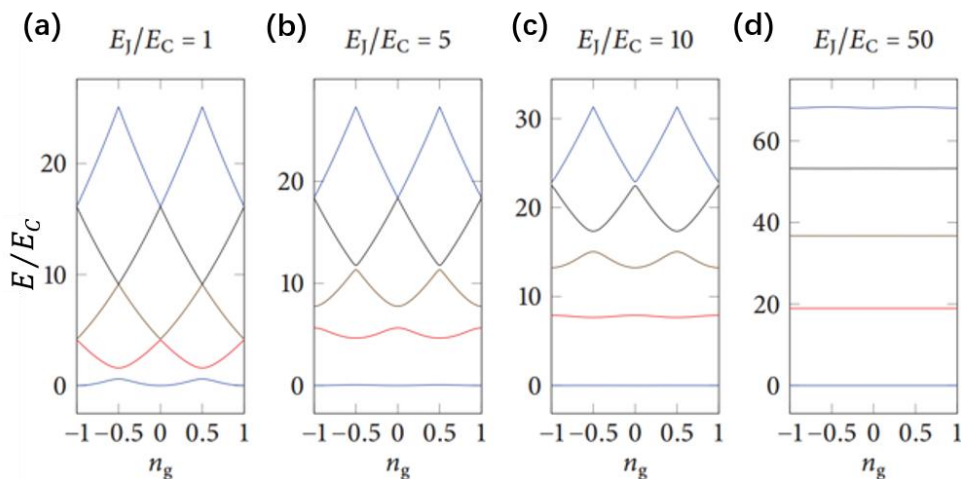


图 2.2.5 在不同的 E_J/E_C 比例下 transmon 的精确能级结构, 引自[21]。

公式 (2.2.13) 是一个 Mathieu function[20], 在满足特定的参数条件下具有

解析解。图 2.2.5 给出了在不同 E_J/E_C 比例下，公式 (2.2.12) 对应的 transmon 的

能级结构与 n_g 的关系。由于 $E_J/E_C \sim 100$ ，其性质与图 2.2.5 (d) 基本一致。可见，

transmon 的能级基本上被拉平；transmon 的能级对 n_g 极其不敏感，再加上大电容结构的保护，单电子隧穿的几率大幅降低，非常好地抑制了 charge noise 对 transmon 退相干的影响；此外，由于对 n_g 不敏感，因而在电容两端加电势差的调控方式已经完全没有必要。总结起来，在牺牲了电压调控自由度后，transmon 对 charge noise 更不敏感，具有更长的相干时间，性能相比 CPB 得到了大幅提高。

在 $E_J/E_C \gg 1$ 时，我们可以采用微扰论的方法研究 transmon 的哈密顿量。首先，将 $\cos \hat{\phi}$ 展开为 $1 - \frac{\hat{\phi}^2}{2} + \frac{\hat{\phi}^4}{24}$ ，这样就忽略掉电流相位的高阶项。其次，由于此时能级结构对 n_g 不敏感，可以直接取 $n_g = 0$ 。这样 transmon 的哈密顿量转化为一个非线性的 duffing oscillator:

在 $E_J/E_C \gg 1$ 时，我们可以采用微扰论的方法研究 transmon 的哈密顿量。首先，将 $\cos \hat{\phi}$ 展开为 $1 - \frac{\hat{\phi}^2}{2} + \frac{\hat{\phi}^4}{24}$ ，这样就忽略掉电流相位的高阶项。其次，由于此时能级结构对 n_g 不敏感，可以直接取 $n_g = 0$ 。这样 transmon 的哈密顿量转化为一个非线性的 duffing oscillator:

$$\hat{H} = 4E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi} \quad (2.2.9) \text{式變成}$$

$$\hat{H} \approx 4E_C \hat{n}^2 - E_J \left(1 - \frac{\hat{\phi}^2}{2} + \frac{\hat{\phi}^4}{24}\right) = \sqrt{8E_C E_J} \left(b^\dagger b + \frac{1}{2}\right) - E_J - \frac{E_C}{12} (b^\dagger + b)^4 \quad (2.2.14)$$

式中我们用湮没算符 $\{b^\dagger, b\}$ 改写了 \hat{n} 与 $\hat{\phi}$:

$$\hat{n} = -i \left(\frac{E_J}{32E_C}\right)^{1/4} (\hat{b} - \hat{b}^\dagger) \quad (2.2.15)$$

$$\hat{\phi} = \left(\frac{E_J}{2E_C}\right)^{-1/4} (\hat{b} + \hat{b}^\dagger) \quad (2.2.16)$$

展开公式 (2.2.14) 的四阶项，并最多只保留至 $(b^\dagger b)^2$ ，得到 transmon 的能级如下:

$$\text{transmon 第 } m \text{ 个能级} \quad E_m \approx -E_J + \sqrt{8E_J E_C} \left(m + \frac{1}{2}\right) - \frac{E_C}{12} (6m^2 + 6m + 3) \quad (2.2.17)$$

基于公式 (2.2.17) 我们求得 transmon 的能级间隔 (跃迁能量) 为:

$$\text{transmon 第 } m+1 \text{ 能级和} \quad E_{m+1,m} = E_{m+1} - E_m = \sqrt{8E_J E_C} - (m+1)E_C \quad (2.2.18)$$

第 m 能级之间的能量差

自此，我们建立了 transmon qubit 的物理模型。Transmon 的完整哈密顿量可以写为 $H_q = \hbar \sum_k \omega_k |k\rangle\langle k|$ ，其中 $\omega_k = E_k/\hbar$ 。Transmon qubit 定义在它最低的两个能级上，因而 $E_{01} \approx \sqrt{8E_J E_C} - E_C$ ，transmon 的能级间隔为： $\alpha_m = E_{m+1,m} - E_{m,m-1} = -E_C$ ，可见 transmon 具有梯度递减的能级跃迁频率， α_m 被称为 transmon 的非谐性。对于一个典型的 transmon qubit， $E_{J,max} \approx \hbar \times 20 \text{ GHz}$ ， $E_C \approx \hbar \times 200 \text{ MHz}$ ， E_{01} 一般在 4-8GHz 范围内。

UCSB 的 J. Martinis 研究组进一步改造了 transmon 的电容结构，使其更适合集成与调控。由于改造后的电容呈十字形，称之为“Xmon”[22]，详见图 2.2.6。在

即X的四个端
 Xmon 的结构中，电容结构伸出数个终端，分别和 readout resonator、XY control 以及 quantum bus 耦合，耦合结构相比电容整体尺寸而言非常小，并且互相隔开，因而可以独立设计耦合电容的大小以精确控制每一处的耦合强度。基于这样的设计，量子芯片的构造得到了简化，量子比特的操控效率也得以提升，同时相干时间也能达到 20 μs 的水平。

Xmon 本质上还是 transmon。我们吸取了 Xmon 的结构优势，设计了我们的量子芯片，见图 2.2.4 (e) 以及 2.7 节。我们移除了 quantum bus 结构，避免 quantum bus 的光场模式对 qubit 退相干的额外影响，并改进了十字电容的结构。我们设计了一块包含 6 个 transmon qubit 一维链的量子芯片，用于研究改善 qubit 工作环境对 qubit 性能的提高效果，见 2.7 节。

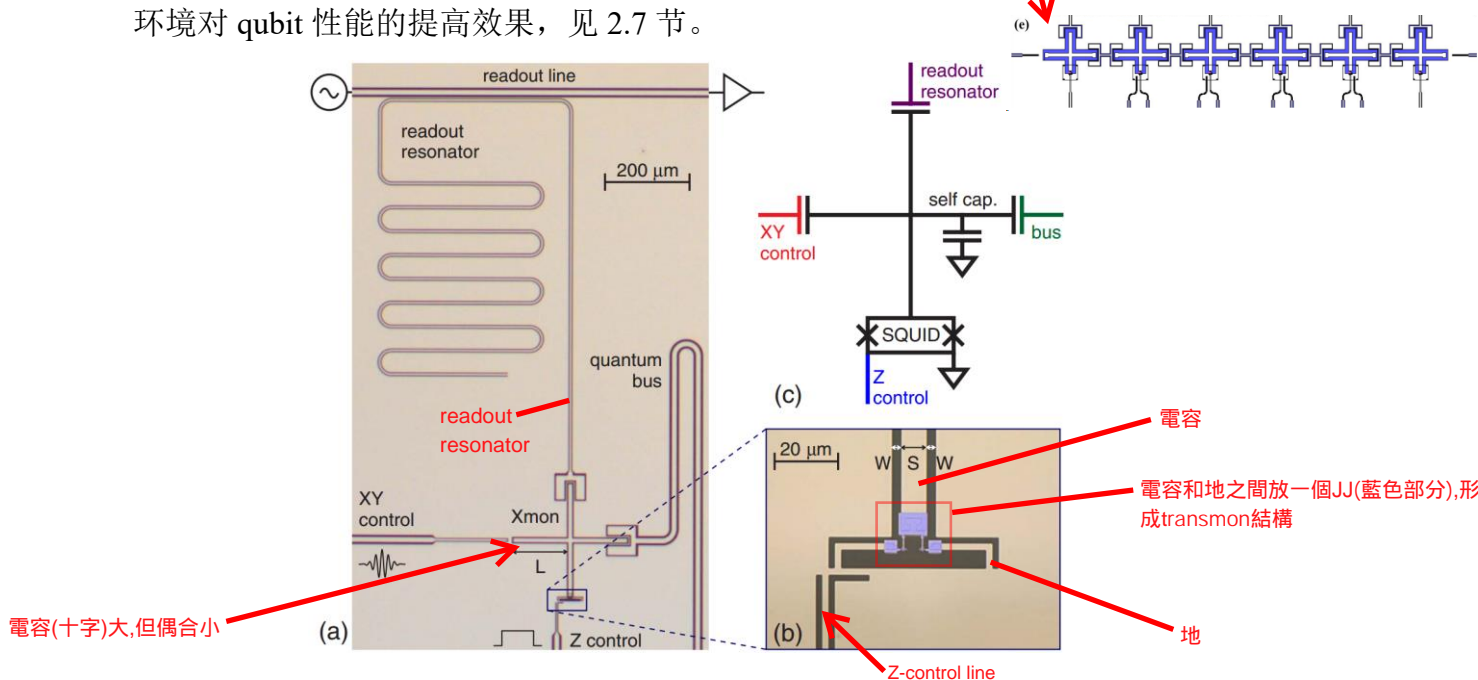


图 2.2.6 (a) UCSB 的 Xmon qubit device; (b) Xmon 电容等效电路示意图; (c) Xmon 的 junction 结构，引自[22]。

2.3 超导谐振腔

2.3.1 共面波导传输线

为了和 transmon qubit 建立有效的相互作用，光场的频率不能相差太多。我们从微波工程[23]中学到了一种重要的共面波导技术，并将其应用在我们的超导量子芯片中。

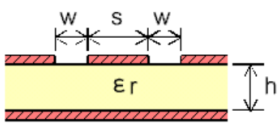
共面波导是制备在介质层表面的三条平行的金属薄膜导带层，其中中心导带用于传输微波信号，两侧的导带均连接到地平面。通常两侧的导带宽度远大于中心信号导带的宽度以及导带间距，以确保地平面上的均匀可靠。与一般电路最大

的区别是，共面波导是一种分布式电路元件，其电容/电感/导抗/阻抗均匀地沿着共面波导信号传播方向分布。**共面波导传播的是 TEM 波，沿着信号传播方向，波导的阻抗处处相等，因而不存在信号反射，信号能够几乎无损地通过**；此外，共面波导没有截止频率，而常见的集总式电路均存在截止频率。对于一段均匀的共面波导来说，**绝大部分频段的微波信号都能畅通无阻地传输，因而又叫传输线。**共面波导传输线结构不仅可以设计在 PCB 上，也可以与 qubit 结构共同做在量子芯片上。在我们设计的量子芯片中，**transmon 的 XY/Z-control 通道以及 readout 信号供线均使用传输线构建**，详见图 2.3.3，第 3.1 节以及附录 B。**为了有效地利用芯片空间，传输线可以弯曲，具有非常高的设计灵活性，但不能有折角以避免信号反射。**图 2.3.1 是我们在设计传输线参数时常用的工具界面[24]。

這裡是指無限長的傳輸線 或只有一個節點的有限長傳輸線,例如圖2.2.6(a)的XY-control line, 妳可以打任何頻段的微波進去 (所以我們gatemon的top gate其實也可用超導做)

共面波导的接地计算器 | Coplanar Waveguide with Ground Calculator

2012-10-10 点击: 3456 我要评论(1)



ϵ_r	11.9	
s	0.02	[mm]
h	0.5	[mm]
fo	6000	[MHz]

w [mm] >>> Zo [ohm]

Zo [ohm] >>> w [mm]

er eff 6.451824154194328 k 0.3936939482156935 lambda/4 4.921174352696168 [mm]

图 2.3.1 共面波导的接地计算器界面

2.3.2 谐振腔 — 有电容节点的有限长传输线

如果传输线具有有限的长度，或者因为阻抗变化而产生节点，则微波信号会在节点处反射。我们设计了指定长度的传输线，在其两端分别构建一个电容节点，并连接到信号极板或者其他器件上。微波信号遇到电容节点来回反射，在这段传输线中形成谐振。取决于节点处的电容大小，谐振模式下的微波信号与外界之间具有一定的交换速率（端口耗散率）。我们称满足以上特性的器件为共面波导传输线微波谐振腔（简称谐振腔或者 CPW），见图 2.3.2。关于传输线以及谐振腔的详细模型建立与分析，详见附录 A 以及引文[25]。

谐振腔与 transmon 的结构兼容，可以共同制备在量子芯片上，基于微波工程的经验，设计一段 4-10 mm 长的谐振腔，即可将其谐振频率设计在 4-8 GHz 范

围内，因而可以有效地与 transmon qubit 建立相互作用。我们需要做的就是设计出特定长度、阻抗、端口电容大小的共面波导结构，并选取低损耗的衬底进行加工，而这是高度可重复的。结合 2.1 节的内容，我们可以利用谐振腔与 transmon 构建类腔量子电动力学体系，并且利用谐振腔构建量子数据总线以及 transmon qubit 的读取腔。

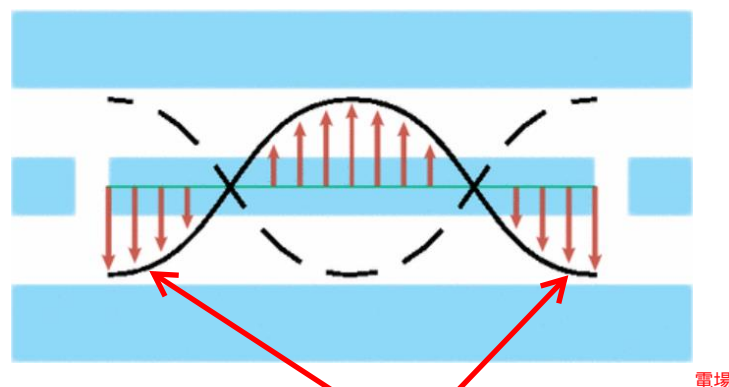


图 2.3.2 半波长共面波导传输线谐振腔的结构以及共振模式下信号的电压幅度分布示意图，可见电场主要分布在谐振腔的两个端口处。引自[14]。

为了提高传输线以及谐振腔在量子芯片中的性能，我们实验室使用超导材料铝来制备。在量子比特的工作温度（30mK 左右）下，信号在超导谐振腔内的耗散降至几乎为零，因而可以实现品质因子极高的单模微波光场[28]。我们设计了多种传输线与谐振腔结构，用于测试量子芯片加工工艺以及对 transmon qubit 的读取效果，此外还设计了多种量子功能芯片，见图 2.3.3。近年来，为了提高谐振腔的抗磁性，获得更高的品质因子，或者增强与量子比特的耦合强度，很多研究小组开始研究铌及其合金的超导谐振腔 [29]-[30]，甚至是用金属外壳封装的 3D 波导腔结构[31]-[33]来替代 2D 的共面波导结构，以拓展 CPW 在各种复杂量子体系中的应用。

综上，我们可以利用 Al-AlO_x-Al junction 以及电容结构制备出“人造原子”——transmon qubit，利用传输线与谐振腔制备量子数据总线、量子比特操控通道以及量子比特读取腔，以上所有微波电路结构能共同加工到一块尺寸不足 1cm×1cm 芯片表面，因而被称为电路量子电动力学体系（circuit QED）。在我们实验室，我们又称该体系为超导量子芯片。

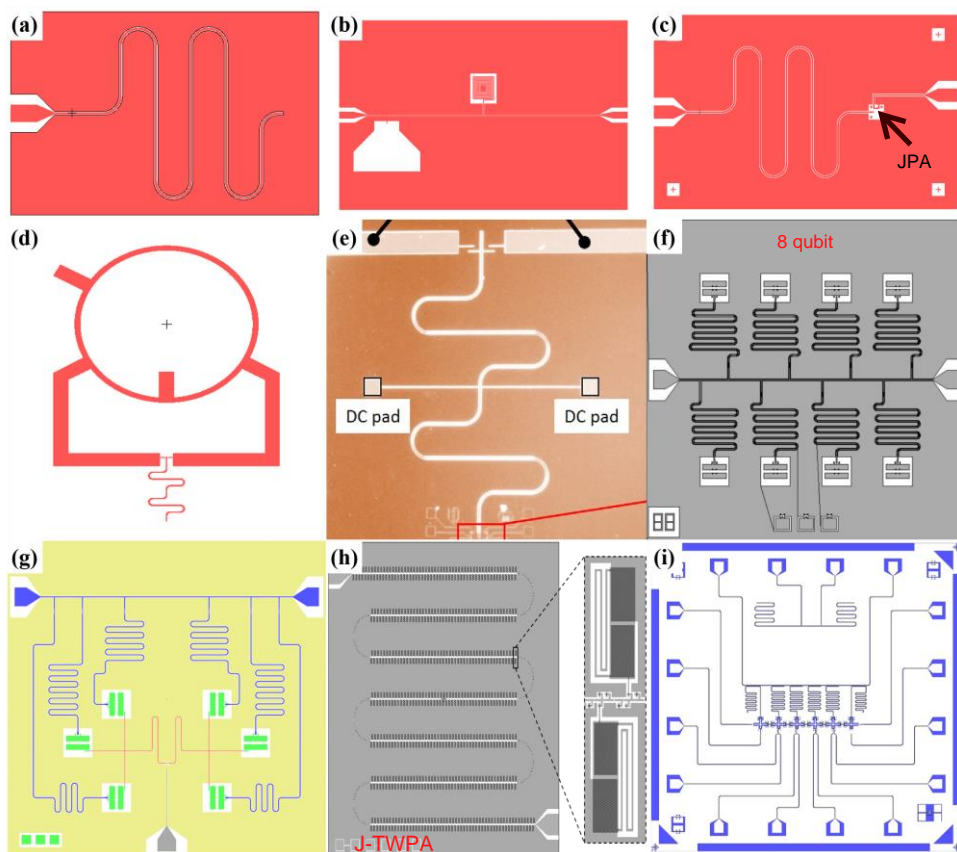


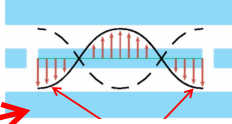
图 2.3.3 (a) 一种 $\lambda/4$ 反射腔设计图； (b) 一种 $\lambda/2$ 透射腔设计图； (c) 一种 $\lambda/4$ 反射腔式 JPA 设计图； (d) 一种引入了 180° 反向环的差分带线反射腔设计图； (e) 一种差分带线反射腔的光显照片，该结构用于研究和两个石墨烯双量子点的耦合[26]-[27]； (f) 一种 8-qubit 测试芯片设计图； (g) 一种引入了多终端可调量子数据总线的 6-qubit 测试芯片设计图； (h) 一种以约瑟夫森结链改造的传输线式行波参量放大器 (J-TWPA) 的设计图； (i) 一种引入传输线信号供线的 6-qubit 测试芯片设计图。

2.4 电路量子电动力学

电路量子电动力学体系可以等效为一个弱非线性的 duffing oscillator 以及一个 LCR 共振电路的相互作用。2.1 节 cavity QED 的物理图像在此完全适用。此处二能级原子是 transmon 的最低两个能级，单模光场是谐振腔 (CPW)，它在其谐振频率处可以完全等效为一个简谐振子。为了延长 transmon 的相干时间，一般我们令它们处于 dispersive-strong coupled region，此时 CPW 的主要作用是读取 transmon 的量子态，以及为 transmon 中量子信息的传递提供虚光子的“飞行比特”。

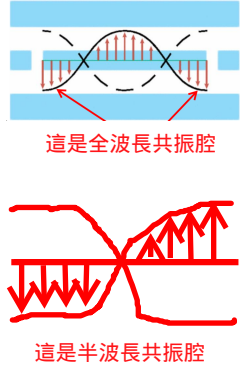
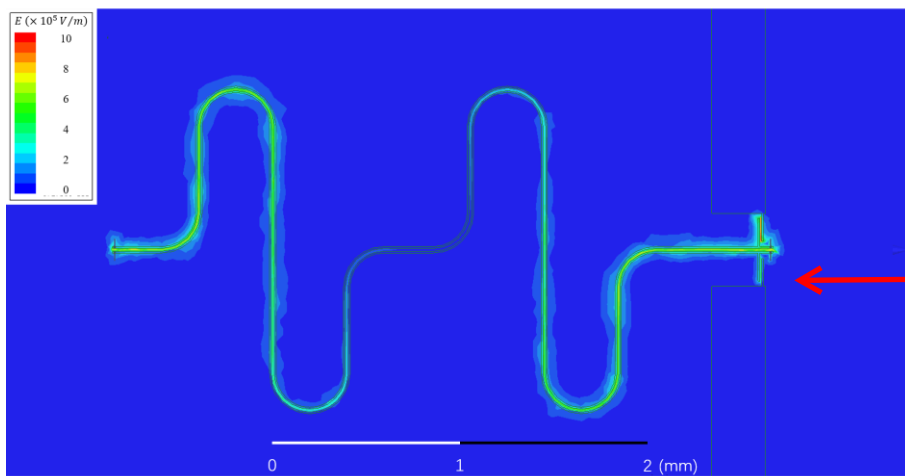
那么首先一个问题是，为什么我们不直接适用 LC 振荡电路这种最简单的简谐振子体系构建单模光场呢？^{A:}有三个主要因素影响了我们的设计。首先，同样参数的 LC 振荡电路与谐振腔相比，LC 振荡电路使用数值巨大的集总电容电感结构，对应元件的尺寸也很大，导致器件的寄生参数非常大，并且会产生很多无法

消除的二能级缺陷；其次，LC 振荡电路的能量是弥散分布在电容电感以及周围的空间中的，耗散速度非常快，品质因子很低，构建出的光场的质量很差；最后，在与 transmon 耦合时，只有其中一小部分能量与 transmon qubit 相互作用，因此耦合强度必然不高。而 CPW 的电场分布是集中在端口处的，见图 2.3.2，qubit 被设计在电场强度最大处，所以耦合强度甚至能够达到 qubit 能级同等数量级的程度[34]-[35]。



見我們gatemon的初代設計

图 2.4.1 显示的是使用 HFSS 模拟得出的一种半波长透射式谐振腔的电场分布图，从中可以看到，传输线谐振腔结构有效地压缩了电场的能量的分布范围。CPW 的中心处为电压波节，此处的电场分布接近为 0，借鉴波分复用技术，我们可以在此处有效地引入直流调控，并且能够保证与 CPW 中的微波信号互不干扰。在 CPW 的两个端口附近，电场能量的分布达到极大。可以看出，谐振腔波腹处（端口与末端）的电场强度比波节处（中心）的电场强度高 5 个数量级，比中间区域高 2 至 3 个数量级。高电场压缩率带来的是局部的高电场强度，能够成倍地提升与 transmon 的耦合，因而 CPW 的结构更加有利于实现量子信息处理过程。我们设计了合理参数的耦合电容，将 transmon 与 CPW 的耦合强度控制在 60-100 MHz 范围内，使得两者之间在维持足够的耦合强度的同时不至于破坏了 qubit 的相干性。



待讀

图 2.4.1 一种 6GHz 的差分带线式半波长反射腔的电场强度 HFSS 仿真数据。

依据附录 A，CPW 的哈密顿量为

把CPW的Hamiltonian等效成一個LC resonator，而表達成電容項和電感項(注意transmon qubit其實也是可以表達成電容和電感項，只是電感部分是用JJ表達)

$$\hat{H} = \frac{\hat{\phi}^2}{2L} + \frac{\hat{q}^2}{2C} = \hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \quad (2.4.1)$$

其中 $\hat{\phi} = \sqrt{\frac{\hbar Z_{LC}}{2}} (a + a^\dagger)$ ， $\hat{q} = -i \sqrt{\frac{\hbar}{2Z_{LC}}} (a - a^\dagger)$ ， $Z_{LC} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 。同时，transmon 的哈密顿量为

CPB(在此當他是transmon的特例的Hamiltonian)

$$\hat{H} = 4E_C (\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos \hat{\phi} \quad (2.4.2)$$

其中 $E_C = \frac{e^2}{2C_\Sigma}$, $n_g = \frac{Q_r + C_g V_g}{2e}$ 。在这里我们先不取 2.2 节化简以后的形式。

基于 (2.4.1) 与 (2.4.2)，我们可以写出两个体系耦合后的哈密顿量，但首先我们要改写 transmon 的哈密顿量。当 transmon 与 CPW 耦合时，电容两端的电势差 V_g 需要额外加上由 CPW 中电压算符 \hat{V} 的贡献，详见图 2.4.2:

$$V_g = V_{DC} + \hat{V} = V_{DC} + \frac{\hat{q}}{c} = V_{DC} - i\sqrt{\frac{\hbar\omega_C}{2C}}(a - a^\dagger) \quad (2.4.3)$$

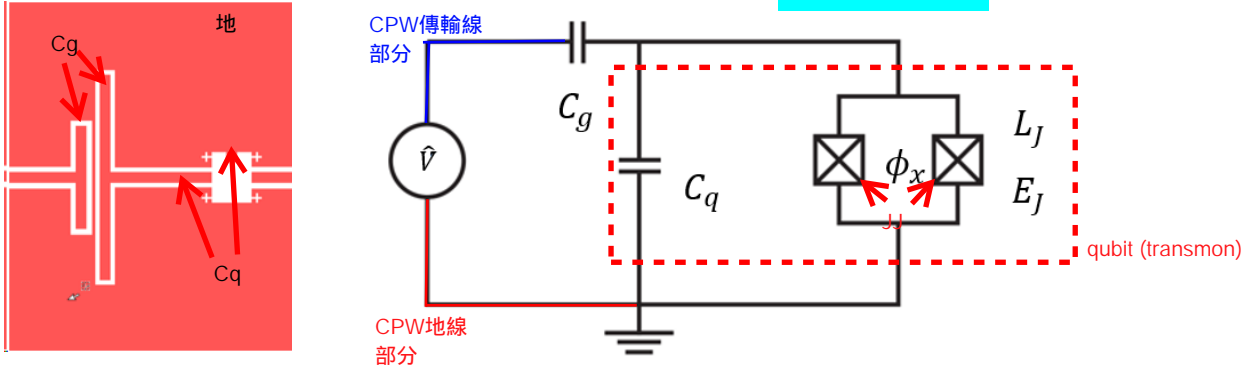


图 2.4.2 Transmon 与 CPW 耦合的等效电路示意图。

公式 (2.4.3) 中 V_{DC} 是原本的直流电势差项。展开 $(\hat{n} - n_g)^2$ 得到:

$$\begin{aligned} (\hat{n} - n_g)^2 &= (\hat{n} - n_{g0} - n_{gc})^2 \\ &= (\hat{n} - n_{g0})^2 + n_{gc}(2n_{g0} + n_{gc}) - 2n_{gc}\hat{n} \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

其中 $n_{g0} = \frac{Q_r + C_g V_g}{2e}$, $n_{gc} = \frac{C_g \hat{V}}{2e}$ 。上式第一项为 transmon 的固有充电能项，第二项是 CPW 的哈密顿量增生项，可以看成是存储在 transmon 结构中的充电能，最后能整理到 CPW 哈密顿量中，不会影响到相互作用。由于 transmon 能级与单电荷

项不敏感，我们可以继续令 $n_{g0} = 0$ 。第三项则为我们需要的 CPW 与 transmon 的耦合项。从上式中提取出耦合项为:

$$\hat{H}_{qc} = 4E_C(-2n_{gc}\hat{n}) = -2e\frac{C_g}{C_q + C_g}\hat{n}\hat{V} = 2i\beta eV_{zpf}\hat{n}(a - a^\dagger) \quad (2.4.5)$$

(从 2.4.2 出发并只考虑与 CPW 耦合之部分)

上式中 $\beta = \frac{C_g}{C_q + C_g}$ ，叫做电路分压比。 V_{zpf} 是 CPW 中真空光场的电压涨落幅度，

$$V_{zpf} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_C}{2C}}$$

T型 island 和地的电容 CPW 和 T型 island 的电容

由第 2.2 节的分析可知，对于 qubit, $\hat{n} = -i\left(\frac{E_J}{32E_C}\right)^{1/4}(\hat{b} - \hat{b}^\dagger)$ 。但是在这里，这个表象反而不方便我们进行运算，因此我们令 $\hat{b} - \hat{b}^\dagger \rightarrow i\sigma_y$ ，将 \hat{n} 简化到计算基上:

$$\hat{n} = \left(\frac{E_J}{32E_C} \right)^{1/4} \sigma_y \sim \sigma_y \quad (2.4.6)$$

我们得到

$$H_{qc} = 2i\beta eV_{rms} \sigma_y (a - a^\dagger) = 2\beta eV_{rms} (a - a^\dagger) (\sigma^+ - \sigma^-) \quad (2.4.7)$$

完整的哈密顿量为

$$\hat{b} - \hat{b}^\dagger \rightarrow i\sigma_y \quad \text{代入 (注意, 接下来她将 } b \text{ 换成了 } \sigma)$$

$$H_{circuit QED} \approx -\frac{\hbar}{2} \omega_{01} \sigma_z + \hbar \omega_c \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + 2\beta eV_{rms} (a - a^\dagger) (\sigma^+ - \sigma^-) \quad (2.4.8)$$

自此, 我们得到了 transmon 与 CPW 的耦合强度

$$g = 2\beta \frac{eV_{zpf}}{\hbar} = \beta \sqrt{\frac{2e^2 \omega_c}{\hbar C}} \quad \omega_c = \sqrt{\frac{1}{L C}} \quad \text{为 cavity 共振频率对应的等效电容} \quad (2.4.9)$$

但是, transmon 不是一个理想的二能级体系。由第 2.2 节可知, transmon 的能级跃迁频率的间隔仅有 $\alpha_m = E_{m+1,m} - E_{m,m-1} = -E_C \approx -200 \text{ MHz}$, 相对于 $E_{eg} \approx \sqrt{8E_J E_C} - E_C \sim 4 - 8 \text{ GHz}$ 这个能级间隔非常小, 我们在实际操控 transmon 时很容易将其激发到更高激发态上。因此在基于 transmon 的 circuit QED 体系中, 必须引入更高激发态。这时候公式 (2.4.8) 重写为

$$\hat{H} = \hbar \sum_j \omega_j |j\rangle\langle j| + \hbar \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar \sum_{j,k} g_{jk} |j\rangle\langle k| (\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad (2.4.10)$$

类比公式 (2.4.9), 我们可以得到

$$\hbar g_{j,j+1} = 2\beta eV_{rms} \langle j | i\hat{n} | j+1 \rangle \approx 2\sqrt{j+1} \beta eV_{rms} = \sqrt{j+1} \hbar g_{0,1} \quad (2.4.11)$$

$$\hbar g_{j+k,j} \rightarrow 0, k=2, 3, \dots \quad (2.4.12)$$

考虑到 $g/\Delta \ll 1$ 以及 $|\frac{g^2}{\Delta}| \gg \gamma, \kappa$, 类比 2.1 节在 dispersive-strong coupled system 中对理想二能级原子哈密顿量施加的变换, 这里我们对 transmon 体系哈密顿量施加如下形式的哈密顿量变换:

$$\hat{U} = \exp[\hat{S} - \hat{S}^\dagger] \quad (2.4.13)$$

其中

$$\hat{S} = \sum_j \frac{g_{j,j+1}}{\omega_{j,j+1} - \omega_c} \hat{a} |j\rangle\langle j+1| \quad (2.4.14)$$

变换后哈密顿量变为

$$\begin{aligned} \hat{H}' \approx & \sum_j \hbar \omega_j |j\rangle\langle j| + \hbar \omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_j \hbar \chi_{j,j+1} |j+1\rangle\langle j+1| \\ & - \hbar \chi_{0,1} \hat{a}^\dagger \hat{a} |0\rangle\langle 0| + \sum_j \hbar (\chi_{j-1,j} - \chi_{j,j+1}) \hat{a}^\dagger \hat{a} |j\rangle\langle j| + H.c. \end{aligned}$$

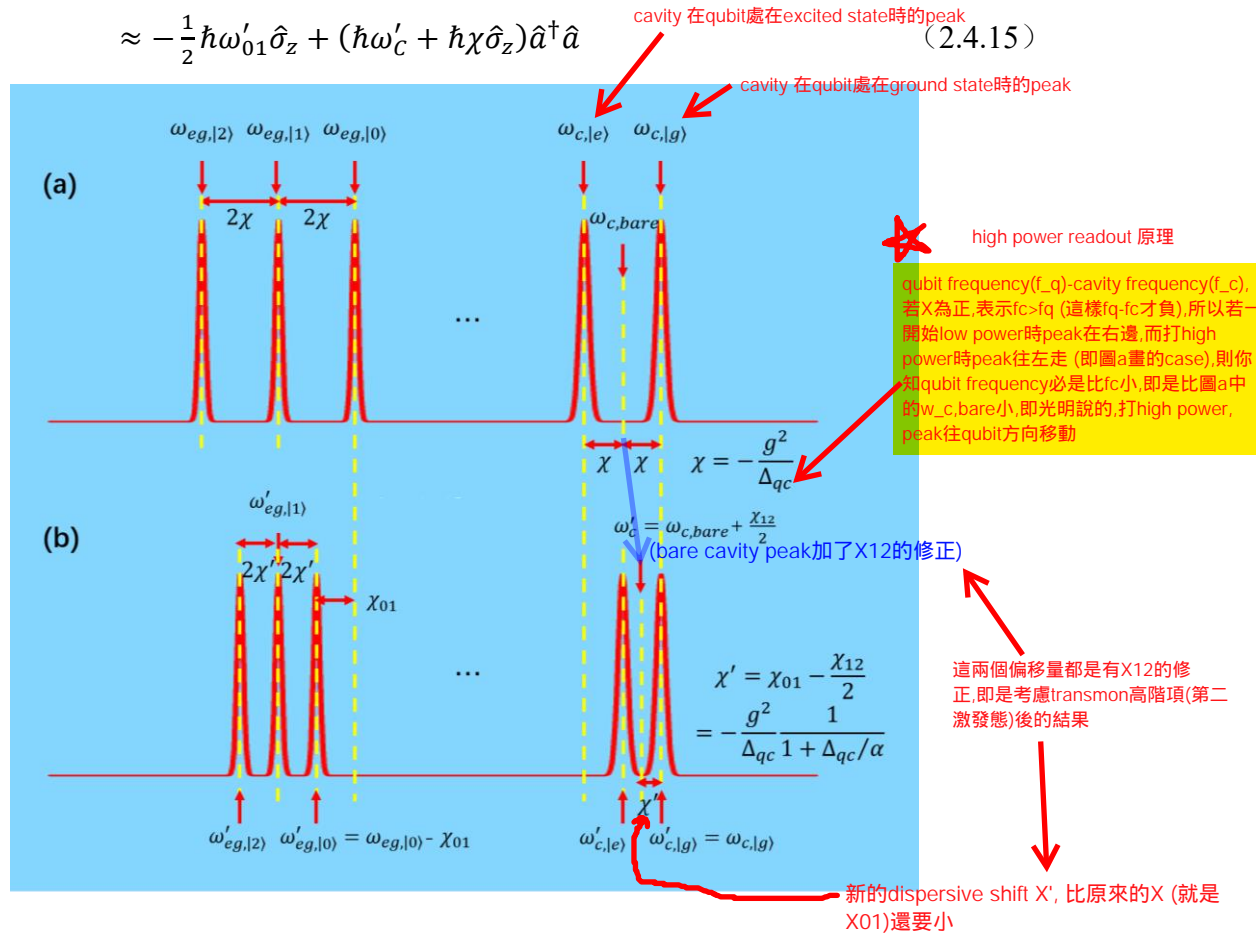


图 2.4.3 由 transmon qubit 与 CPW 构成的 dispersive-strong coupled circuit QED system 的能级结构示意图。(a) 为理想的二能级原子；(b) 为考虑第二激发态修正下的实际能级结构。

最后再考虑实验实际情况。在无外界作用下, qubit 天然处于基态, 为了尽量避免高阶激发态的影响, 我们也会尽量降低量子比特操控信号的强度。因而, 实际外界操控的能量不足以使得 qubit 越级激发, 通常只考虑沿着激发态逐级跃迁方式, 并且只需引入第二激发态即可。此时公式 (2.4.15) 可以进一步化简为

$$\hat{H}' = \hat{U}\hat{H}\hat{U}^\dagger \approx -\frac{1}{2}\hbar\omega'_{01}\hat{\sigma}_z + (\hbar\omega'_c + \hbar\chi\hat{\sigma}_z)\hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (2.4.16)$$

此式与公式 (2.1.24) 很像, 只不过引入了 transmon 的第二激发态 |2> 的修正。式中

1. $\omega'_{01} = \omega_{01} - \chi_{01}$ 为修正后的 transmon 有效能级跃迁频率, qubit 频率
 2. $\omega'_c = \omega_c + \frac{\chi_{12}}{2}$ 为修正的 CPW 有效光场模式频率, cavity 频率
 3. $\chi = \chi_{01} - \frac{\chi_{12}}{2}$ 为有效的 dispersive shift 大小, dispersive shift

2和3皆有來自第二激發態的修正

$$H' = \hbar \left[\omega_c - \frac{g^2}{\Delta} \sigma^z \right] a^\dagger a - \frac{\hbar}{2} \left[\omega_A + \frac{g^2}{\Delta} \right] \sigma^z + \frac{\hbar}{2} \left(\omega_c - \frac{g^2}{\Delta} \right)$$

$$\chi_{ij} = -\frac{g_{ij}^2}{\omega_{ij} - \omega_c} \quad (2.4.17)$$

在实验中, 我们就是基于 (2.4.16) 以及 (2.4.17) 来提取 transmon 以及 CPW 的参数。具体的表现见图 2.4.3。

此外, 很多论文研究了在较大环境噪声下 [36], 或者过大的读取信号对 qubit

的影响[37], 总的来说会使得高阶激发态的占据率提升, 量子比特相干时间降低, 并且降低了操作的保真度。

2.5 量子比特的耦合与量子数据总线

由于集成 transmon 以及 CPW 结构的超导量子芯片具有较为简明的等效电路, 因而相互之间耦合结构的等效电路模型也很好建立。取决于具体的需要, 我们可以制备电容、互感、可调 LC 振荡电路等等具体的耦合结构。在我们实验室的体系中, 主要使用两种方式——电容直接耦合或者通过 CPW 耦合。← qubit之间的耦合方式

1. 电容耦合

电容耦合的体系很好分析, 类比 2.4 节的 (2.4.2) - (2.4.8), 我们可以轻易地求出对应的哈密顿量, 在此不再赘述。经过化简, 其耦合哈密顿量可以写为

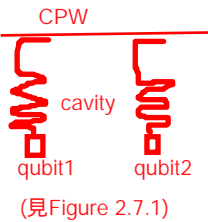
$$H_g = \hbar g \sigma_{y1} \sigma_{y2} \quad (2.5.1)$$

而耦合强度 g 的表达式也具有类似 (2.4.9) 的形式[38]:

$$g = 2\beta \frac{eV_{zpf}}{\hbar} = \beta \sqrt{\frac{2e^2\omega_C}{\hbar C}} \quad g = \frac{C_g \sqrt{\omega_1 \omega_2}}{\sqrt{(C_1 + C_g)(C_2 + C_g)}} \quad (2.5.2)$$

2. CPW 耦合

通过 CPW 耦合的两个比特, 空间上是隔开的。一般 transmon qubit 的总尺寸小于 $200 \text{ um} \times 200 \text{ um}$, 而隔开后的距离超过 2 mm , 可以说不存在直接相互作用。但是由于 CPW 的贡献, 哪怕两个 transmon 都没有和 CPW 中的光场能级达到 resonant-strong coupling 条件, 也能够在此特定的条件下实现间接强耦合, 进而实现 qubit 的长程纠缠以及量子信息的远程传递。CPW 充当了量子比特长程相互作用的媒介, 因而是一种有效的量子数据总线结构, 而在这样的 CPW 中的光子就是“飞行比特”。



需要注意的是, 我们需要 CPW 维持真空光场状态, 如果其中充有光子则会使得两个比特之间的相互作用变得复杂; 除此以外, CPW 的光场能级要和两个

transmon 同时满足 dispersive-strong coupling 条件。对于这样的体系, 我们用类似 J-C 模型的方法来处理。考虑多个 transmon 同时和量子数据总线耦合, 但 transmon 之间无任何直接相互作用, 体系的哈密顿量如下:

$$H = \hbar \omega_{bus} a^\dagger a - \sum_i \frac{\hbar}{2} \omega_i \sigma_i^z + \sum_i \hbar g_i (a \sigma_i^+ + a^\dagger \sigma_i^-) \quad (2.5.3)$$

量子數據總線的光場 個別qubit的原子能級 個別qubit和數據總線的耦合

見2.1.3節

$$U = \exp \left[\sum_i \frac{g_i}{\Delta_i} (a \sigma_i^+ - a^\dagger \sigma_i^-) \right] \quad (2.5.4)$$

变换后的哈密顿量为:

$$\tilde{H} \approx \hbar \left(\omega_{bus} + \sum_i \chi_i \sigma_i^z \right) a^\dagger a - \sum_i \frac{\hbar}{2} (\omega_i - \chi_i) \sigma_i^z$$

$$+ \sum_{i < j} \hbar J_{ij} (\sigma_i^+ \sigma_j^- + \sigma_i^- \sigma_j^+) \quad (2.5.5)$$

在量子数据总线工作时，bus 腔中没有光子分布，可令 $a^\dagger a \approx 0$ ，将哈密顿量简化为：

$$\tilde{H} \approx - \sum_i \frac{\hbar}{2} (\omega_i - \chi_i) \sigma_i^Z + \sum_{i < j} \hbar J_{ij} (\sigma_i^+ \sigma_j^- + \sigma_i^- \sigma_j^+) \quad (2.5.6)$$

最后，再把每个 transmon 的第二激发态代入 (2.5.6) 式进行修正即可。上式中

$$J_{ij} = \frac{g_i g_j}{2} \left(\frac{1}{\Delta_{qc,i}} + \frac{1}{\Delta_{qc,j}} \right) \quad (2.5.7)$$

即为任意一对 qubit 之间的间接 coupling 强度， g_i 满足公式 (2.4.9) 的形式。

在我们的实验样品中，通常 qubit-qubit 耦合强度设计为 $g_{qq} \sim 5 - 20 \text{ MHz}$ ，qubit-readout CPW 的耦合强度设计在 $g_{qc} \sim 50 - 100 \text{ MHz}$ 左右。而这些都可以利用公式 (2.4.9)、(2.5.2) 以及 (2.5.7) 转化为对应耦合电容的设计。再加上 transmon、CPW 的能级完全取决于结构参数设计并且可以仿真验证，因此电路量子电动力学体系是参数高度可控、加工高度可重复性并且相互作用形式非常简单的物理体系，是一种优秀的量子计算适用体系。关于各种电路结构的仿真与设计，详见附录 B。

2.6 影响 qubit 相干时间的噪声来源

Superconducting qubit 的 decoherence 因素非常非常多。首先是辐射退相干，由于 transmon 与 CPW 的耦合，该途径无法消除，无法避免，成为 superconducting qubit 相干时间的理论上限。即 Purcell decay

我们用黑体辐射的模型来研究辐射退相干。对于一个拥有电偶极矩 $d = 2el$ 、圆频率 ω 的物体，向自由空间辐射能量的功率为：

$$P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{d^2 \omega^4}{3c^3} \quad (2.6.1)$$

在不考虑与更高激发态发生能级跃迁的前提下，将 qubit 的能量耗尽所需要的时间为

$$T_1^{rad} = \frac{\hbar \omega_{01}}{P} = \frac{12\pi\epsilon_0 \hbar c^3}{d^2 \omega_{01}^3} \sim 3.5 \text{ ms} \quad \text{Qubit T1 的时间上限} \quad (2.6.2)$$

可见理论上 transmon 体系可以达到相当高的相干时间。但是目前国际上普遍只能达到 $5-50 \mu\text{s}$ 的水平。仅有在 3D 腔体系中，通过量子纠错，可以使 3D transmon 的相干时间维持在毫秒的量级[32]。

这说明 transmon 所处的环境依然是一个非常嘈杂的环境，如果不加以优化，则我们无法在有限的 qubit 相干时间中完成足够次数的量子逻辑门操作。首先是芯片环境。UCSB 的 John Martinis 教授说过，“For superconducting qubits, the

two most important defects are **two-level states in dielectric insulators** and **non-equilibrium quasiparticles in superconductors**。”也就是说，在制备 transmon 过程中，会引入各种微观缺陷，这些缺陷存在于 qubit 周围并与之产生相互作用，破坏 qubit 的相干性。而两大主要缺陷来源于**介质层/绝缘层中形成的 TLS** 以及**超导层中的非平衡态粒子（单电子、准粒子等）**。除了芯片加工引入的芯片环境的缺陷以外，qubit 还额外感受到来源于其工作环境的非相干噪声，以及由操控信号引起的相干噪声，分别依次为环境热噪声、环境红外辐射噪声、环境磁场噪声，微波本振相噪、线路低频噪声、线路高频噪声、线路热噪声，以及 qubit 操控引起的退相干、measurement-induced transition 等。为了提高 qubit 的相干时间，我们必须花极大的精力改善其工作环境。

环境噪声对于 qubit 的影响分为两方面，影响 qubit decay 过程（对应 T_1 ）或者是 **dephasing 过程（对应 T_2 ）**。Dephasing 可以看成是 **qubit 频率因噪声产生波动 $\delta f(t)$** ，经历时间 Δt 积累后产生的相位误差 $\delta\phi$ 的效应。我们需要知道 qubit 频率的依赖关系以及对应的影响因素，并针对性地加以改善。利用 2.2 节的分析，对于一个 transmon qubit，我们有：

$$E_{m+1,m} = E_{m+1} - E_m = \sqrt{8E_J E_C} - (m+1)E_C \xrightarrow{\text{由 2.2.18 式而来}} f_{01} = \sqrt{8f_{J,max} f_C} \sqrt{\cos \frac{\pi\phi}{\phi_0}} - f_C \quad (2.6.3)$$

公式 (2.6.3) 等号右边的每一项的波动都会对 transmon qubit 的能级频率产生影响。比如说 $f_{J,max} = \frac{E_{J,max}}{h} = \frac{I_c}{4\pi e}$ 的波动来源于**约瑟夫森结临界电流的噪声**； $f_C = \frac{E_C}{h} = \frac{e^2}{2hc}$ 的波动来源于**电容数值的噪声**以及**非平衡态单电子隧穿引起的 charge noise**，更本质的来源是**环境红外辐射噪声导致的等效电子温度提升效应**； ϕ 的波动来源于**flux noise**，而更本质的来源为 **SQUID 所处环境的磁场的波动**。因而 **qubit 退相干的主要机制是 junction 质量、电容质量以及 charge noise 和 flux noise**。对应地，我们需要制备质量更高的 junction、电容结构，并且加大对环境中红外辐射以及磁场的屏蔽措施。

影响 qubit decay 的因素也很多。主要可以分为两大类因素——构成了**频率与 qubit 相近并且能够直接或者间接交换能量的激发途径**，或者提升了 **qubit 的等效温度**。前者使得 **qubit 能随机地失去或者获得能量**，而后者则使得 **qubit 的高能级分布更大并且跃迁速率更快**。我们需要不断地改进芯片制备工艺与结构设计，改进芯片封装以消除 qubit 的额外激发途径并降低额外跃迁速率；优化提供给 qubit 的信号质量，以降低在信号引入下 qubit 的额外跃迁速率；以及改善 qubit 所处环境以及信号线路以降低 qubit 的等效温度。

除了以上所提到的众多噪声源以外，transmon qubit 还受到一个更实际的相干时间上限——**Purcell effect limit[15]**的影响。这是由 **circuit QED 体系本身所带**

qubit 频率的 fluctuation

Qubit dephase (T_2 短) 的来源

Qubit decay (T_1 短) 的来源

来的不可消除的影响。Qubit 的自发辐射速率会受到 CPW 耗散的影响，这个额外的贡献为 Purcell decay rate (qubit 在 Purcell decay 机制下的 decay rate, T_1 就是此 rate 的倒数) 即 qubit 经由 cavity 的漏光而 decay

見 Reed thesis 的 142 頁

$$\gamma_{\kappa} = \left(\frac{g}{\Delta}\right)^2 \kappa \quad \gamma_{\kappa}^{(0,1)} = \kappa \left(\frac{g_{01}}{\Delta_{01}}\right)^2 \sim 2\pi \times 10 \text{ kHz} \quad (2.6.4)$$

cavity 漏光率

Purcell effect 还有一个电路模型：如果将 transmon 近似为一个 Duffing 谐振子，则其寿命上限为：

$$T_1 = C_q / Re[Y(\omega_q)] \quad (2.6.5)$$

也見 Reed thesis 的 142 頁

其中 $Y(\omega_q)$ 为 qubit 所看到的环境的 Y 矩阵的大小。可以通过 Sonnet 以及 HFSS 等电磁场分布仿真软件来预估各种芯片结构尤其是 CPW 的引入对于 transmon qubit 退相干的影响。对应地，我们设计了用于抑制 Purcell effect 的器件，该器件可以单独做在一块芯片上接在量子芯片的读取前后端，也可以直接做在量子芯片上，接在读取腔的前后端。该器件被称为 Purcell filter [38]-[41]，见第 3 章。

Transmon 的相干时间对超导量子芯片的性能极其重要，在操控速度维持不变的前提下，相干时间尽可能长的 superconducting qubit 是实现有效 quantum information process 的前提。本人在博士研究期间花了大量精力改进 transmon 的工作环境、测控系统以及信号质量，将 transmon qubit 的 T_1 提高了 10 倍。更多关于退相干相干时间的研究分析参考引文 [39]-[59]。

2.7 Superconducting quantum chip 结构

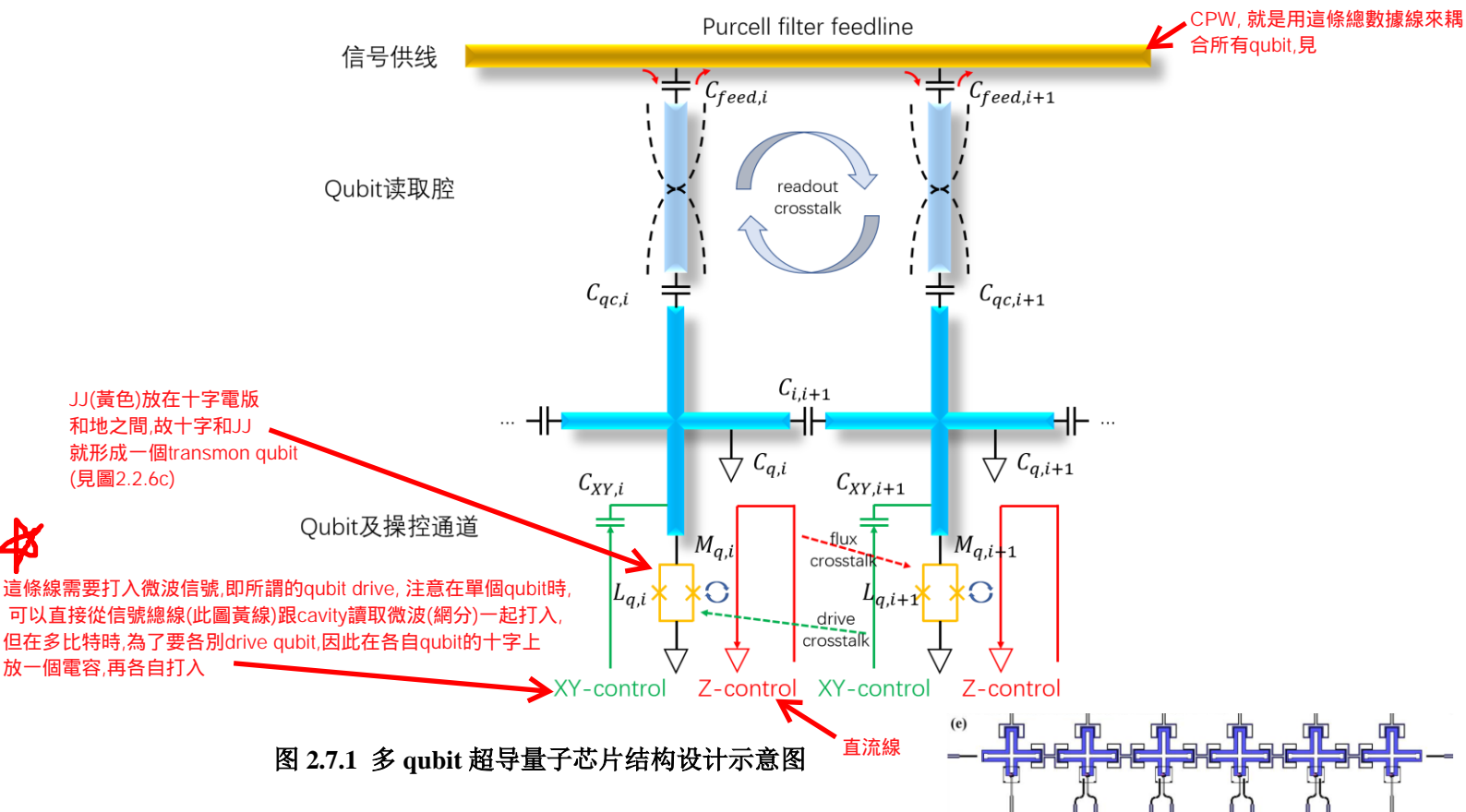
在本人读博期间，参与设计与优化了多种量子芯片的结构。当前我们正在使用的是一种 6-qubit 的芯片结构。一方面，该芯片用于研究改进量子芯片硬件支撑条件对 qubit 相干时间的改善，另一方面，硬件支撑条件同样决定了我们对芯片结构的再优化。优化后的芯片结构示意图见图 2.7.1。

首先，每个 qubit 的 XY-control 以及 Z-control 均设计为靠近 SQUID 区域，以获得最佳操控效果，但同时，我们要避免不同 qubit 操控通道之间的串扰。Flux crosstalk 主要由地平面不稳定导致，电流通过不理想的地平面流走，对邻近 qubit 造成影响；drive crosstalk 由微波泄露引起，需要对量子芯片封装空间进行隔断以阻止泄露信号对邻近 qubit 的影响。

其次，qubit 的十字电容在决定 qubit 能级的同时，用于实现多比特的串联近邻耦合以及与 qubit 读取腔的连接。利用这种方式，我们可以构造出 qubit 一维链的量子芯片，芯片中仅存在近邻耦合，不存在次近邻越级耦合。这种芯片有利有弊，利在于 qubit 耦合更可控，qubit 频率拥挤效应得以缓解；弊在于一定程度上降低了量子信息处理的能力。

再其次，每个 qubit 都使用单独的读取腔实现 readout，以避免读取腔中混杂有多比特成分。但是在结构设计中，依然可能存在 readout crosstalk，它的出现原因为微波泄露，以及结构设计导致的读取腔耦合。我们需要进行多轮仿真设计，尽可能消除所有芯片设计中引入的无关耦合，并同时改进芯片封装。

最后，所有的读取腔接入 Purcell filter 信号供线，这样可以将所有的 qubit readout 合并后经过公共的通道输入，大幅简化了低温信号线路。同时，我们还可以引入 IQ 多点频混频技术来简化室温信号线路，见第 3 章。但同时我们也要注意避免输入信号的串扰，因为所有的原始信号都是合成在一起的，可能进入任何一个读取腔。解决方案是将读取腔的频率隔开。我们当前的设计中，读取腔的频率在 6.35-6.6GHz，间隔 50MHz，qubit 频率设计在 4.5-6GHz 范围可调。



在设计芯片结构时，我们首先设计 qubit、读取腔的频率参数，然后设计出各个耦合端口的耦合强度，以推算出耦合电容或者耦合互感的大小。随后设计出能够与所有的读取腔兼容对接的 Purcell filter。最终，我们细致仿真探讨所有可能的线路 crosstalk，并引入芯片实际封装结构以确定 crosstalk 的上限。整个设计过程，我们使用的工具是 L-edit，Sonnet 以及 HFSS。

在图 2.7.1 中，每一个独立结构、每一处耦合结构的电路参数均使用 Sonnet 以及 HFSS 仿真确定，仿真方法以及各个参数的设置见附录 B。设计完成后需要经过加工以及实际测试的检验，最终获得最佳参数。Crosstalk 是关键的一环，我

们需要通过仿真研究并消除每一处结构相互之间非设计的额外电路参数，以避免信号在不同通道间的泄露。信号泄露会带来以下几点后果，¹首先是在操控其中某一个 qubit 时，会对其他 qubit 有额外影响，如果 crosstalk 过大，则补偿方法非常麻烦；²其次是提高了 qubit 与环境噪声的耦合率，导致 qubit 相干时间的下降；³最后则是导致逻辑门操作以及 qubit 读取保真度的下降。这是我们当前以及以后在设计以及开展多 qubit 实验的时候必须考虑的首要问题。

参 考 文 献

- [1] E.T. Jaynes and F.W. Cummings, Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser, *Proc. IEEE*. 51 (1): 89–109 (1963).
- [2] Frederick W. Cummings, Reminiscing about thesis work with E T Jaynes at Stanford in the 1950s, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 46 (22): 220202 (2013).
- [3] Alexandre Blais, et al. Cavity quantum electrodynamics for superconducting electrical circuits: An architecture for quantum computation, *Phys. Rev. A* 69, 062320 (2004).
- [4] Ying Wu and Xiaoxue Yang, Strong-Coupling Theory of Periodically Driven Two-Level Systems, *Phys. Rev. Lett.* 98, 013601(2007).
- [5] 郭光灿, 《量子光学 (讲义)》
- [6] D. I. Schuster, et al. Resolving photon number states in a superconducting circuit, *Nature* 445, 515–518 (2007).
- [7] Stefan Krastanov, et al. Universal control of an oscillator with dispersive coupling to a qubit, *Phys. Rev. A* 92, 040303(R) (2015).
- [8] B. D. Josephson, Possible new effects in superconductive tunneling, *Phys. Lett.* 1 (7): 251–253 (1962).
- [9] B. D. Josephson, The discovery of tunnelling supercurrents, *Rev. Mod. Phys.* 46 (2): 251–254 (1974).
- [10] V. E. Calado, et al. Ballistic Josephson junctions in edge-contacted graphene, *Nature Nanotechnology* 10, 761–764 (2015).
- [11] Y.-J. Doh et al. Tunable Supercurrent Through Semiconductor Nanowires, *Science* 309, 272-275 (2005).
- [12] J. Q. You and Franco Nori, Atomic physics and quantum optics using superconducting circuits, *Nature* 474, 589–597 (2011).
- [13] 胡勇, 《基于 Josephson 效应的量子信息过程》, 博士毕业论文
- [14] Z. L. Xiang, et al. Hybrid quantum circuits: Superconducting circuits interacting with other quantum systems, *Reviews of Modern Physics* 85, 623-653 (2013).
- [15] Jens Koch, et al. Charge-insensitive qubit design derived from the Cooper pair box, *Phys. Rev. A* 76, 042319 (2007).
- [16] J. Majer, et al. Coupling superconducting qubits via a cavity bus, *Nature* 449, 443–447 (2007).
- [17] L. DiCarlo, et al. Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting

- quantum processor, *Nature* 460, 240–244 (2009).
- [18] D. Ristè, et al. Detecting bit-flip errors in a logical qubit using stabilizer measurements, *Nature Communications* 6, 6983 (2015).
- [19] S. Caldwell, et al. Parametrically Activated Entangling Gates Using Transmon Qubits, arXiv:1706.06562.
- [20] J. Meixner and F.W. Schäfer, *Mathiesche Funktionen und Sphäroidfunktionen* (Springer, 1954).
- [21] J. M. Chow, *Quantum Information Processing with Superconducting Qubits*, PHD Thesss.
- [22] R. Barends, et al. Coherent Josephson Qubit Suitable for Scalable Quantum Integrated Circuits, *Phys. Rev. Lett.* 111, 080502 (2013).
- [23] John Wiley, *Microwave Engineering* (2012)
- [24] <http://www.mwrf.net/tool/RF/2012/8225.html>
- [25] D. I. Schuster, *Circuit QED*, PhD thesis.
- [26] Guang-Wei Deng, et al. Charge Number Dependence of the Dephasing Rates of a Graphene Double Quantum Dot in a Circuit QED Architecture, *Physics Review Letters* 115, 126804 (2015).
- [27] Guang-Wei Deng, et al. Coupling Two Distant Double Quantum Dots with a Microwave Resonator, *Nano Letters* 15(10), 6620-6625 (2015).
- [28] A. Bruno, et al. Reducing intrinsic loss in superconducting resonators by surface treatment and deep etching of silicon substrates, *Appl. Phys. Lett.* 106, 182601 (2015).
- [29] T. Irimatsugawa, et al. Study of Nb and NbN Resonators at 0.1 K for Low-Noise Microwave SQUID Multiplexers, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 27(4), 1-5, June (2017).
- [30] N. Samkharadze, et al. High-Kinetic-Inductance Superconducting Nanowire Resonators for Circuit QED in a Magnetic Field, *Phys. Rev. Appl.* 5, 044004 (2016).
- [31] Hanhee Paik, et al. Observation of High Coherence in Josephson Junction Qubits Measured in a Three-Dimensional Circuit QED Architecture, *Phys. Rev. Lett.* 107, 240501 (2011).
- [32] Chad Rigetti, et al. Superconducting qubit in a waveguide cavity with a coherence time approaching 0.1 ms, *Phys. Rev. B* 86, 100506(R) (2012).
- [33] W. C. Kong, et al. Introduction of DC line structures into a superconducting microwave 3D cavity, *Review of Scientific Instruments* 86, 023108 (2015).
- [34] P. Forn-Díaz, et al. Ultrastrong coupling of a single artificial atom to an

- electromagnetic continuum in the nonperturbative regime, *Nature Physics* 13, 39–43 (2017).
- [35] Fumiki Yoshihara, Superconducting qubit–oscillator circuit beyond the ultrastrong-coupling regime, *Nature Physics* 13, 44–47 (2017).
- [36] C. Wang, et al. Surface participation and dielectric loss in superconducting qubits, *Applied Physics Letters* 99, 181906 (2011).
- [37] Daniel Sank, et al. Measurement-Induced State Transitions in a Superconducting Qubit: Beyond the Rotating Wave Approximation, *Phys. Rev. Lett.* 117, 190503 (2016).
- [38] Daniel Sank, Fast, Accurate State Measurement in Superconducting Qubits, PhD thesis.
- [39] Andrew J. Keller, et al. Al transmon qubits on silicon-on-insulator for quantum device integration, *Applied Physics Letters* 96, 203110 (2010).
- [40] Evan Jeffrey, et al. Fast Accurate State Measurement with Superconducting Qubits, *Phys. Rev. Lett.* 112, 190504 (2014).
- [41] Eyob A. Sete, et al. Quantum theory of a bandpass Purcell filter for qubit readout, *Phys. Rev. A* 92, 012325 (2015).
- [42] A. A. Adamyán, et al. Tunable superconducting microstrip resonators, *Applied Physics Letters* 107, 172601 (2015).
- [43] K. W. Chan, et al. Assessment of a silicon quantum dot spin qubit environment via noise spectroscopy, arXiv:1803.01609.
- [44] P. Kumar, et al. Origin and Reduction of $1/f$ Magnetic Flux Noise in Superconducting Devices, *Phys. Rev. Appl.* 6, 041001 (2016).
- [45] D. Bothner, et al. Improving Superconducting Resonators in Magnetic Fields by Reduced Field Focussing and Engineered Flux Screening, *Phys. Rev. Appl.* 8, 034025 (2017).
- [46] Ioan M. Pop, et al. Coherent suppression of electromagnetic dissipation due to superconducting quasiparticles, *Nature* 508, 369–372 (2014).
- [47] Simon Gustavsson, et al. Suppressing relaxation in superconducting qubits by quasiparticle pumping, *Science* 354, 1573-1577 (2016).
- [48] Fei Yan, et al. Rotating-frame relaxation as a noise spectrum analyser of a superconducting qubit undergoing driven evolution, *Nature Communications* 4, 2337 (2013).
- [49] Sarah Sheldon, et al. Characterization of hidden modes in networks of superconducting qubits, *Appl. Phys. Lett.* 111, 222601 (2017).

- [50] Harrison Ball, et al. The role of master clock stability in scalable quantum information processing, *npj Quantum Information* 2, 16033 (2016).
- [51] Jeroen P.G. van Dijk, et al. The impact of classical control electronics on qubit fidelity, arXiv: 1803.06176.
- [52] J. Wenner, et al. Surface loss simulations of superconducting coplanar waveguide resonators, *Appl. Phys. Lett.* 99, 113513 (2011).
- [53] G. Calusine, et al. Analysis and mitigation of interface losses in trenched superconducting coplanar waveguide resonators, *Appl. Phys. Lett.* 112, 062601 (2018).
- [54] Fei Yan, et al. Spectroscopy of low-frequency noise and its temperature dependence in a superconducting qubit, *Phys. Rev. B* 85, 174521 (2012).
- [55] Fei Yan, et al. Distinguishing coherent and thermal photon noise in a circuit QED system, arXiv:1801.00467.
- [56] L. Cywinski, et al. How to enhance dephasing time in superconducting qubits, *Phys. Rev. B* 77, 174509 (2008).
- [57] Jonas Bylander, et al. Noise spectroscopy through dynamical decoupling with a superconducting flux qubit, *Nature Physics* 7, 565–570 (2011).
- [58] Todd Green, et al. High-Order Noise Filtering in Nontrivial Quantum Logic Gates, *Phys. Rev. Lett.* 109.020501 (2012).
- [59] Michael J. Biercuk, et al. Optimized dynamical decoupling in a model quantum memory, *Nature* 458, 996–1000 (23 April 2009).

第3章 Transmon 工作环境的搭建与优化

第二章我们详细介绍 transmon qubit 的能级结构、读取原理以及相干时间影响因素，并给出了我们的量子芯片设计结构。基于芯片结构的设计我们对应地给出了 qubit 操控的实现方法。我们首先需要搭建 transmon 的工作环境，然后再实施优化。

3.1 超导 qubit 的逻辑门操控

3.1.1 普适量子逻辑门操作与量子态的含时演化

量子体系的演化过程可以等效为一个相互作用哈密顿量的贡献。在相互作用表象中，

$$i\hbar \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}_I(t) |\psi(t)\rangle \quad (3.1.1)$$

上式可以改写为

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle \quad (3.1.2)$$

其中 $\hat{U}(t, t_0) = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^t \hat{H}_I(t') \hat{U}(t', t_0) dt'$ 。公式 (3.1.2) 建立了 t_0 时刻与 t 时刻系统量子态的对应关系。特别地，如果相互作用哈密顿量不随时间演化

$$\hat{H}_I(t) \equiv \hat{H}_I(t_0) \quad (3.1.3)$$

则演化结果与具体的时刻无关，与初态 $|\psi(t_0)\rangle$ 无关，仅与 $\Delta_t = t - t_0$ 相关：

$$\hat{U}(t, t_0) \equiv \hat{U}(\Delta_t) \quad (3.1.4)$$

公式 (3.1.4) 表明，满足公式 (3.1.3) 以后，相互作用形式是完全确定的。此时公式 (3.1.2) 改写为

$$\hat{U}(t, t_0) = \frac{1}{i\hbar} \hat{H}_I(t_0) \int_{t_0}^t \hat{U}(t', t_0) dt' \quad (3.1.5)$$

我们解出

$$\hat{U}(t, t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_I \Delta_t} = \hat{U}(\Delta_t) \quad (3.1.6)$$

因此对于任意 $\hat{H}_I \Delta_t$ ，我们都可以写出与之完全对应的 $\hat{U}(\Delta_t)$ ，它对任意量子态的作用效果相同。特别地，通过选取合适的时间间隔 Δ_t ， $\hat{U}(\Delta_t)$ 能够简化为简明、通用的表达式，我们称这样的 $\hat{U}(\Delta_t)$ 为普适量子逻辑门操作。

考虑一个受到外界相互作用下的 circuit QED 系统，它的总哈密顿量为 $\hat{H}_{total}(t) = \hat{H}_{system} + \hat{H}_{control}(t)$ ，其中

$$\hat{H}_{system} = -\sum_i \frac{\hbar}{2} (\omega_i - \chi_i) \sigma_i^z + \sum_{i,j} \frac{\hbar}{2} J_{ij} (\sigma_i^+ \sigma_j^- + \sigma_i^- \sigma_j^+) \quad (3.1.7)$$

取公式 (2.5.6) 受第二激发态修正后的形式。第二项具有如下的形式：

$$\hat{H}_{control}(t) = \sum_{i,v} f_{vi}(t) \sigma_{vi} + \sum_{i,j,v} h_{v,ij}(t) \sigma_{vi} \sigma_{vj} + \sum_i k_i(t) a_i^\dagger a_i \quad (3.1.8)$$

上式第一项为单比特操控项，包含了对泡利算符各个分量的调控；第二项为两比特额外操控项，包含了对两个比特泡利算符各个分量的组合的额外调控；第三项为光场操控项，包含量子数据总线的光场以及每个量子比特的光场，原则上希望该项为零，因为非零光子的作用下会使得系统哈密顿量变得非常复杂。

3.1.2 1-q gate 的实现 XY-gate control

单比特逻辑门操作（1-q gate）是利用 $\hat{H}_{control}(t)$ 的第一项来实现的。为了简便起见，同时只对泡利算符的某个单独分量进行调控。我们有

$$|\psi(t)\rangle = \sum_m a_m \sum_k |k\rangle \langle k| e^{-i \frac{1}{\hbar} \int_{t_0}^t f_v(t') dt' \sigma_v} |m\rangle = \sum_m a_m \sum_k |k\rangle \langle k| R_v(2\theta) |m\rangle \quad (3.1.9)$$

上式中，

$$\theta = \frac{1}{\hbar} \int_{t_0}^t f_v(t') dt' = \frac{f_v \Delta t}{\hbar} \quad (3.1.10)$$

分别令 $v = x, y, z$ ，我们得到

$$R_x(\theta) = e^{-i \frac{\theta}{2} \sigma_x} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -i \sin \frac{\theta}{2} \\ -i \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (3.1.11)$$

$$R_y(\theta) = e^{-i \frac{\theta}{2} \sigma_y} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} & -\sin \frac{\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} & \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (3.1.12)$$

$$R_z(\theta) = e^{-i \frac{\theta}{2} \sigma_z} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{\theta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{\theta}{2}} \end{pmatrix} \quad (3.1.13)$$

公式 (3.1.11) - (3.1.13) 对应到 Bloch 球模型中，分别表示 qubit 的态矢沿着 x ， y ， z 坐标轴正向，逆时针旋转角度 θ 。我们称之为 1-q rotation operation。

在 Bloch 球模型中，qubit 量子态与球面上的任意一点一一对应。我们定义处于 z 轴正方向为基态 $|0\rangle$ ，处于 z 轴负方向为激发态 $|1\rangle$ ，对应地，在球面上任意一点的量子态可以写成

$$|\psi\rangle = \cos \frac{\varphi}{2} |0\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\varphi}{2} |1\rangle \quad (3.1.14)$$

式中 φ 为量子态的态矢与 z 轴正方向的夹角， ϕ 为态矢在 xy 平面上的投影与 x 轴正方向的夹角，见图 3.1.1。

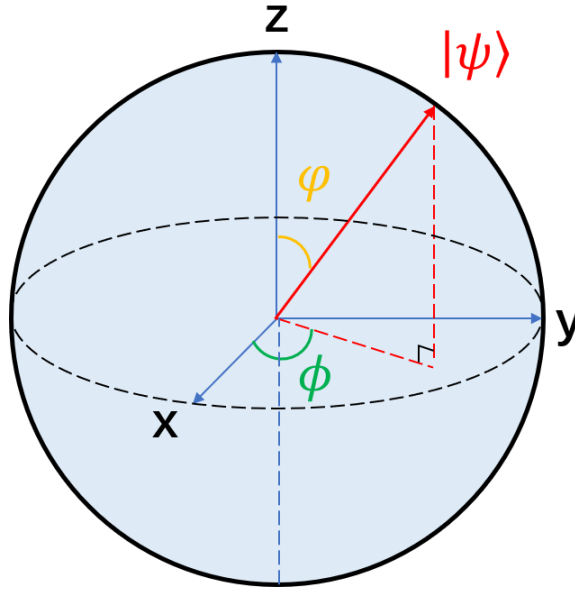


图 3.1.1 单量子比特的量子态在 Bloch 图上的表示。

必须要注意的是, $e^{-i\frac{\theta_x}{2}\sigma_x - i\frac{\theta_y}{2}\sigma_y} \neq e^{-i\frac{\theta_x}{2}\sigma_x} e^{-i\frac{\theta_y}{2}\sigma_y} \neq e^{-i\frac{\theta_y}{2}\sigma_y} e^{-i\frac{\theta_x}{2}\sigma_x} !!!$ 因此, 我们必须格外注意 qubit 旋转方向, 并且注意操作顺序。为了尽可能避免错误操作, 我们事先必须校准 x, y, z-rotation 的基准方向。

事实上, 任意 1-q gate 都可以看成是从 Bloch 球中一点到另一点的过程, 并且它都可以分解为某些基本旋转操作的组合, 见 1.2 节。单比特旋转操作中, 使用最多的是 $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ 的情况。我们只需要合理地使用 $R_{x,y}(0, \frac{\pi}{2}, \pi)$ 的组合, 即可实现 qubit 在 Bloch 球中的任意旋转, 从而实现任意 1-q gate。

实验中, 我们在 transmon qubit 旁边通过一根传输线施加 qubit drive pulse 来实现 $R_{x,y}(\theta)$ 操作, 这根传输线被称为 qubit 脉冲调制线 (XY-control)。脉冲调制线对 qubit 的操控效率与耦合电容相关。Qubit drive pulse 为频率几乎等于 qubit 能级频率的微波脉冲, 我们通过调制微波脉冲相位以及持续时间来分别控制其在 Bloch 球的 xy 平面上的旋转轴偏角以及旋转角度 (ϕ, θ) 。

Qubit drive 的哈密顿量是很容易求的。参考公式 (2.4.2) - (2.4.8) 的推导, 由于 drive 也是通过耦合电容 C_d 引入的, 因而我们同样可以在 qubit charge energy 项中引入 drive 电压 $\hat{V}_d(t)$ 的形式来求解。假定 $\hat{V}_d(t) = \hat{V}_d \sin(\omega_d t + \theta_d)$, 利用旋波近似忽略 2ω 项后, 我们可以将 drive 哈密顿量近似地写成如下形式:

$$\hat{H}_d \approx -\frac{\hbar}{2} \Omega_d [\cos(\Delta_d t + \theta_d) \sigma_x - \sin(\Delta_d t + \theta_d) \sigma_y] \quad (3.1.15)$$

其中 $\Delta_d = \omega_d - \omega_q$ 为 drive 信号的 detuning, θ_d 为 qubit drive 的相位, $\Omega_d =$

$\frac{C_d V_d Q_{zpf}}{\hbar(C+C_d)}$ 为 qubit drive 强度, 它与 pulse 幅度 V_d 以及 qubit 的电荷真空涨落 $Q_{zpf} =$

$\sqrt{\frac{\hbar C \omega_q}{2}}$ 正相关，同时也和耦合电容 C_d 相关。



假定 $\Delta_d = 0$, $\theta_d = 0$, 则 $\hat{H}_d = -\frac{\hbar}{2} \Omega_d \sigma_x$, 对应 $R_x(\theta)$ 操作; 同理令 $\theta_d = \frac{\pi}{2}$ 即可

实现 $R_y(\theta)$ 操作。实验中, 我们能够做到的精度是 $\Delta_d \sim 2\pi \times 100 \text{kHz}$, 随着操作时间的增加, $\Delta_d t$ 项会引起操作保真度的下降) 即若你的 qubit drive 频率和 qubit 频率有 detuning, 则随著 qubit drive 时间增加 qubit 的保真度会下降

在我们的芯片结构设计中, 典型的设计参数为 $C_d \approx 60 \text{aF}$, $C \approx 80 \text{fF}$ 。令 $\omega_q = 2\pi \times 5 \text{GHz}$, 则 $Q_{zpf} = \sqrt{\frac{\hbar C \omega_q}{2}} \approx 2.275e$ 。这样我们得到, $\Omega_d \approx 2\pi \times 412 \frac{\text{GHz}}{V} \times V_d$ 。实验中通常 $V_d \sim 100 \mu\text{V}$, 得到 $\Omega_d \sim 2\pi \times 41.2 \text{MHz}$ 。这意味着, 我们实现一个 $R_{x,y}(\pi)$ gate 的典型时间为 $\frac{\pi}{\Omega_d} \sim 25 \text{ns}$ 。如果需要获得更快的 1q-gate 操控速度, 我们不需要修改芯片的参数设计, 只需要进一步增大 V_d 即可, 但过大的 V_d 带来的代价是 qubit 更高激发态参与贡献, 导致 qubit 跳出非计算态, 影响了操作保真度以及 qubit 的相干时间。

3.1.3 2-q gate 的实现

两比特逻辑门操作 (2-q gate) 的实现方式很丰富。可以借助体系自身哈密顿量[1]-[3], 也可以额外引入调控项[4]-[5]。在我们的结构中, qubit 通过耦合电容直接耦合, 其相互作用为 $H_g = \hbar g \sigma_{y1} \sigma_{y2}$, 式中 $g = \frac{C_g \sqrt{\omega_1 \omega_2}}{\sqrt{(C_1 + C_g)(C_2 + C_g)}}$ 。但如果进行

旋波近似, 我们同样能够将其化简为 $\sigma_i^+ \sigma_j^- + \sigma_i^- \sigma_j^+$ 形式, 与通过量子数据总线耦合的实际效果一样。这是一种交互相互作用, 我们不需要额外引入调控项, 只需要让他们自身耦合项起作用即可。当两个 qubit 能级共振时, 对应的操作算符形式如下:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{m,n} a_{mn} \sum_{k,l} |kl\rangle \langle kl| e^{-i\frac{\hat{H}_g t}{\hbar}} |mn\rangle \quad (3.1.16)$$

$$U(t) = \langle kl| e^{-i\hat{H}_{12}t} |mn\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(gt) & -i \sin(gt) & 0 \\ 0 & -i \sin(gt) & \cos(gt) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.1.17)$$

当 $gt = \pi$ 时, 对应操作被称为 iSWAP 操作; 当 $gt = \frac{\pi}{2}$ 时, 对应操作被称为 \sqrt{i} SWAP

操作。由于 $C_{1,2} \approx 80 \text{fF}$, 令 $\omega_{1,2} = 2\pi \times 5 \text{GHz}$, $C_g \approx 0.54 \text{fF}$, 我们得到 $g \sim 2\pi \times 33.75 \text{MHz}$ 。我们实现一个典型的 iSWAP 操作所需时间为 $\frac{\pi}{g} \sim 15 \text{ns}$ 。

在实验中，2q-gate 的实现方式是调节两个 qubit 的频率 detuning。当 $\Delta\omega_{12} \gg g$ 时，两个 qubit 的有效耦合强度 $g_{eff} = \frac{2g}{\sqrt{\Delta\omega_{12}^2 + 4g^2}} \sim 0$ ，可以视为相互作用为零；

只有当两个 qubit 共振时 $\sigma_i^+ \sigma_j^- + \sigma_i^- \sigma_j^+$ 形式的相互作用才能有效地发生。我们利用 SQUID 能被外磁通调制的特性来改变 qubit 的 E_J ，进而改变 $\Delta\omega_{12}$ 。我们在 SQUID 旁做了一根传输线，并在该传输线上施加持续恒定电流，静电流产生静磁场，穿过 SQUID 区域调制 qubit 的频率。我们只需在短时间内将恒定电流调至 $\Delta\omega_{12} = 0$ 即可实现 2q-gate，随后再将调节电流使得两个 qubit 回到大失谐状态。这样的信号可以使用 AWG 输出足够精度和精确幅度的方波脉冲来实现。这根传输线称为 qubit 的磁通调制线 (Z-control)，磁通调制线所需施加的电流大小与耦合互感相关。但需要注意的是，磁通调制线的调制效率与耦合互感无关，实际 2q-gate 的速度取决于 qubit 耦合电容 C_g 。

3.2 Transmon qubit 测控线路的搭建与基本优化

3.1 节我们研究了在我们的量子芯片上实现逻辑门操作的方法，并给出了典型的逻辑门操作时间 $\sim 25\text{ns}$ 。同时我们也学习到，transmon qubit 对操控的需求可以分为 XY-control、Z-control 以及读取这三种。我的首要工作是搭建满足需求的测控线路，包括低温线路以及室温线路。

3.2.1 低温线路改造

我们有两台 Oxford Instrument 公司的稀释制冷机，一台为 Triton 400，一台为 Triton XL。今年 2 月 Triton XL 到达，我们主要的测试工作都是在 Triton 400 中完成。我对两台制冷机内的线路都进行了改造，由于改造原则都是一样的，因而在此我们只需要介绍对 Triton 400 的改造即可。

对制冷机内低温线路的改造主要是为了提供 qubit 的测控线路，我们需要在线路上施加降噪器件以提高线路质量，但同时，额外引入的器件本身也会带来噪声，这些都需要妥善处理。除此之外，器件本身会发热，与量子芯片一样，我们需要将器件与制冷源维持热交换；但如果器件过多，发热量大于制冷量，则制冷机温度会升高，影响 qubit 的性能。基于这样的考虑，我们把一部分器件放在了 PT2 stage（典型温度 3K 左右，制冷机冷头所在层），并且在 mixing chamber（典型温度 30mK，量子芯片工作层，简称 mc 层）中施加了所有必须施加的器件，

详见图 3.2.1。同时，总结了大量的测试经验后，我们也对低温线路多次进行调整，以达到更好的效果。这里我们介绍的是最终的改造方案。作为示意图，每类线路都只花了一条。

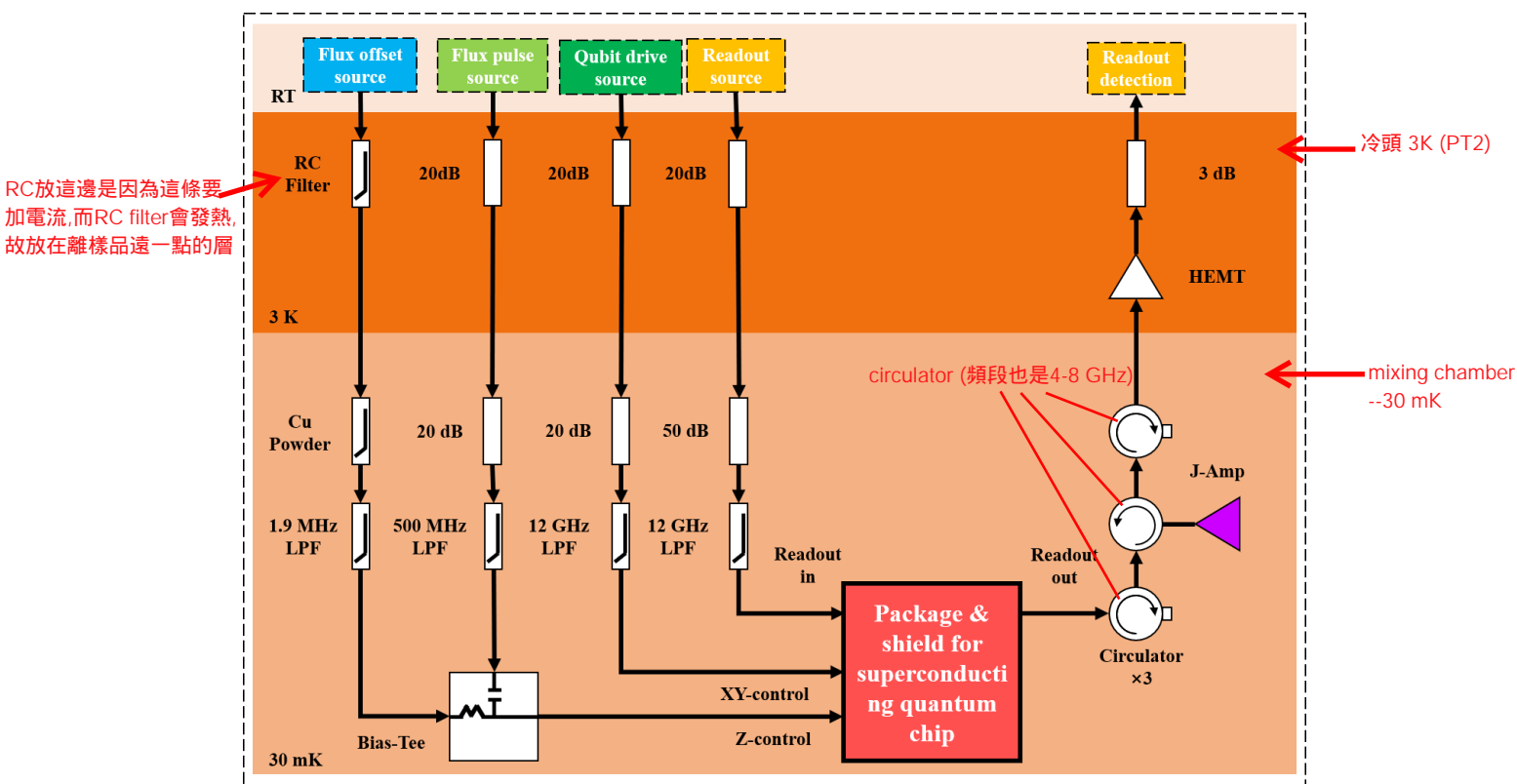


图 3.2.1 改造后的稀释制冷机的低温测控线路示意图。

我们的 Triton 400 中一共有 28 根高频线。其中 8 根设计用做磁通调制线中的 flux offset, 8 根用做磁通调制线中的 flux pulse 调制, 这两种线路组合使用, 用于给 qubit 提供 Z-control。flux offset 起作用的是准直流分量, 需要大量低通滤波器的保护, 而 Z-control 同时依赖于脉冲调控, 脉冲中起作用的是中频分量 (1-500MHz), 如果共用一根线, 中频分量几乎全部被滤波器消除掉。我们在 mc 层使用一个 Bias-Tee 合成 flux offset 以及 flux pulse 后, 输送给 qubit 的 Z-control 通道。在 flux offset 线路中, 我们在 PT2 层加了一个具有 1.5kΩ 电阻的 RC 滤波器, 它能够抑制 2MHz-2GHz 范围内的噪声, 但是在更高频率段有泄漏; 因此我们又在 mc 层施加了自制的铜粉滤波器以及一个 1.9MHz 的低通滤波器, 这样能够整体达到对 2.2MHz 以上频段整体 >60dB 的滤波效果。Flux pulse 线路中, 我们分别在 PT2 和 mc 加了 20dB 的衰减器, 在 mc 的衰减器后级我们额外加了一个 500MHz 的低通滤波器来抑高频噪声以及制脉冲信号的高阶杂散。因为他的脈衝是處在中頻(1-500 MHz), 故用500MHz的低通沒問題

剩下的高频线中, 有 8 根设计用于给 qubit 提供 XY-control, 2 根用于提供 qubit

读取输入信号 (readout in)。这些线路上起作用的是高频分量 (4-8GHz)，而主要噪声与信号分量处于同一频段，不适宜施加滤波器降噪。为了抑制噪声幅度，我们施加了足够的衰减器，相应地只需要增大原始信号的幅度即可。在 PT2 层，两种线路都加了 20dB 衰减器，但是在 mc 层，我们在 readout in 线路上加了 50dB 衰减，而 XY-control 上只加了 20dB。同时，在 mc 上两种线路上都额外加了 DC-12GHz 的低通滤波器，用于抑制毫米波段噪声分量。

(我那時候是加了60 dB,即在Mixing chamber plate下而進環型器的input之前)

最后 2 根线是 qubit 读取信号输出 (readout out) 线路。我们在每根线的 PT2 层都放置了一个 HEMT (LNF-LNC4_8C)，这种低噪声放大器能够在 4-8GHz 频段达到最大 40dB 平坦的增益，噪声温度仅为 2.1K 左右，能够有效地放大离开读取腔的微弱的 probe 信号。但实际上放大器的阻抗高度不匹配，导致有很大一部分信号会反射回到量子芯片上，这使得放大器的实际增益收益大打折扣，为了避免阻抗不匹配导致脉冲变形，我们在 HEMT 输出端口施加了一个 3dB 衰减器用于缓解阻抗失衡；更致命的是，从 HEMT 反射的信号携带了 HEMT 的噪声 (2.1K)，对 qubit 有极大的影响。我们在量子芯片到 HEMT 之间使用环形器连接，一般环形器放置在 mc 层或者 cold plate 层 (典型温度 100-200mK)。我们在线路上一共使用了 3 个环形器，其中第二个环形器的第三个端口预留给约瑟夫森参数放大器 (J-Amp)，其余两个环形器的第三个端口直接使用 50 欧姆接地。注意，由于 J-Amp 同样具有噪声反射的问题，因而不能直接接到量子芯片的后级。

3.2.2 室温信号线路以及测控系统的搭建

量子芯片的 Z-control、XY-control、readout in、readout out 通道分别经制冷机的低温线路引出到室温，在室温端，我们也要搭建对应的线路与之对接。我们针对各种不同信号的需求搭建并优化了对应的线路，使用了大量商用仪器以及自制设备与器件，详见图 3.2.2-3.2.4。

图 3.2.2 展示的是单个 transmon qubit 的 Z-control 对应的 flux pulse 源以及 flux offset 源的线路设置。Flux pulse 我们前期使用了 Tektronix AWG 7082C 来生成，该 AWG 具有 8GS/s 的采样率，足够产生具有高时间精度的脉冲，但是它的输出垂直分辨率最高只有 10bit，有效位数 8bit 左右，大约只能达到 20mV 的精度，生成弱脉冲信号的实验效果非常不理想，因此最终使用了具有 8GS/s 采样率以及 14bit 垂直分辨率的 Keysight M8190A 来替代。注意，在 AWG 的输出口我们使用了一个 3dB 衰减器，用于补偿 AWG 输出通道的阻抗失衡，避免波形变形。

每秒採樣
8*10^8

儀器voltage range/
2^8=20 mV

Flux offset 信号是通过电压源接上一个 1kΩ 的限流电阻的方式施加的。此外，低温线路上的 RC 滤波器等总共具有 1.5kΩ 的额外电阻。而量子芯片上的

就像我們做
JJ測量時一
樣,是加上串
聯電阻作直
流源

qubit 磁通调制线是铝制传输线，工作时处于超导状态没有电阻，因而对于 qubit 而言，以上方式能够提供稳定有效的磁通调制电流。Flux offset 对于电压源的输出稳定性要求非常高，尽管在低温线路上有 RC 滤波器、铜粉滤波器以及 1.9MHz 低通滤波器的级联滤波线路，但是如果信号本身具有过大噪声，则滤波线路的效果也很有限。

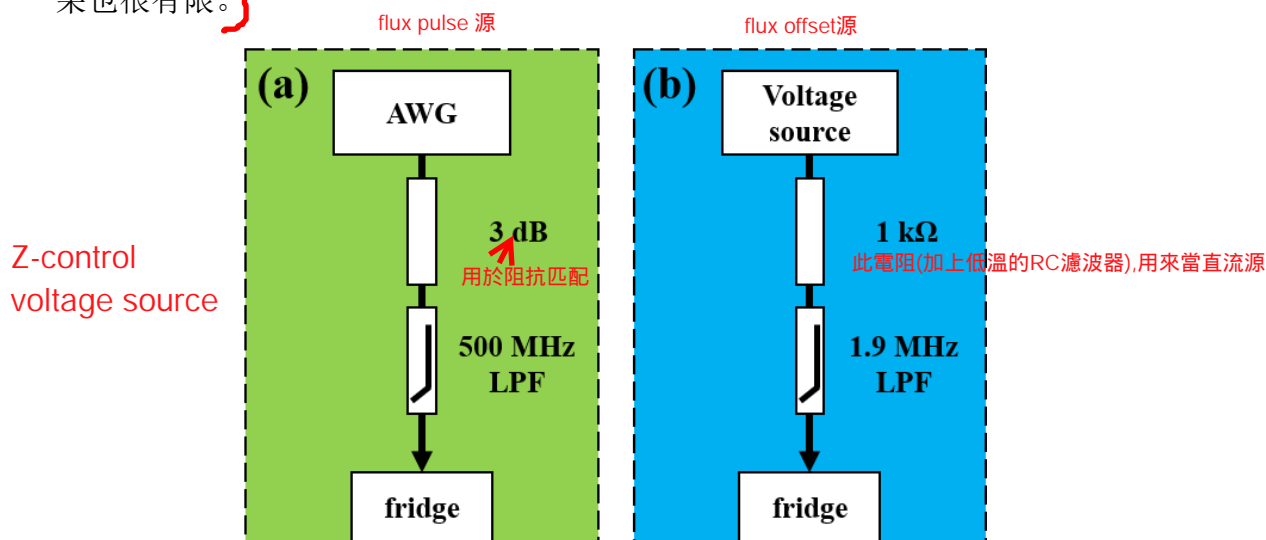
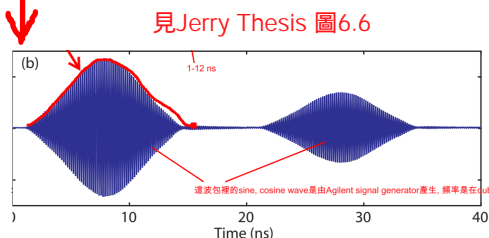


图 3.2.2 用于生成单个 qubit 的 Z-control pulse 的 (a) flux pulse 源以及 (b) flux offset 源。

我们对测试了实验室的 Kethley 2400/2015P 源表，SRS 的 SR830 锁相放大器，Keysight B2900A/33522A 以及蓄电池等多种电压信号源的输出噪声，发现 Kethley 2400/2015P 源表以及 SRS 的 SR830 锁相放大器的电压输出在秒级的波动值远超过 100uV，效果非常差；Keysight B2900A/33522B 这两款秒级波动仅有 5uV，而蓄电池仅有 10uV。最后我们选了灵活性以及兼容性最好的 Keysight 33522B 作为 flux offset 的电压源。在 flux pulse 以及 flux offset 源的后级均有对应的滤波器件，除此以外特别要注意的是，室温线路需要尽可能短以降低信号在线路中的损耗以及额外引入的噪声，下同。

图 3.2.3 是单个 qubit 的 XY-control 对应的室温生成线路。Transmon 的 XY-control 使用的是微波脉冲调控方式，因而我们使用了 AWG 以及微波源的混频线路来生成满足需求的微波脉冲。AWG 我们同样使用的是 Keysight M8190A，微波源则是 Agilent 8257D。我们使用 IQ 上变频调制技术来实现任意 4-8GHz 频段的微波脉冲的生成。IQ 混频器我们使用的是 HW-IQ0408，它的输出工作带宽是 4-8GHz。



見 Jerry Thesis 圖 6.6

是這種需要在波包內有微波的信號，因此需要 AWG (波包) 與微波源 (連續微波) 同時使用

XY-control 线路 (室温)

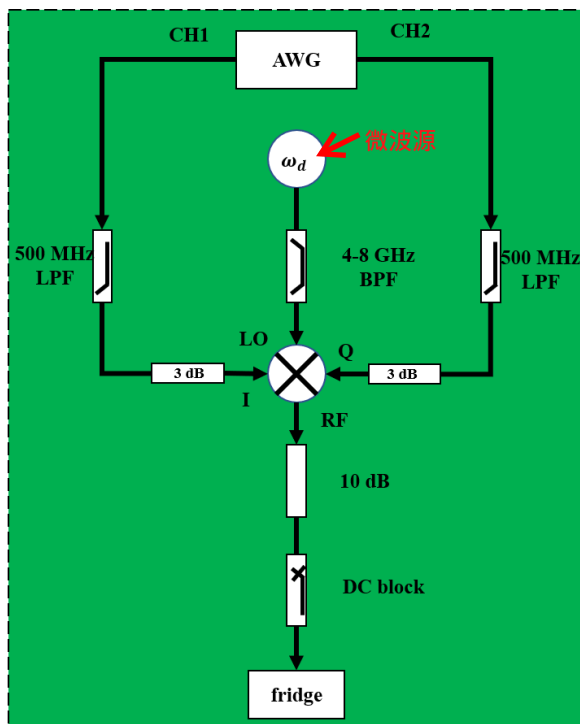


图 3.2.3 用于生成单个 qubit 的 XY-control pulse 的 IQ 混频调制线路。

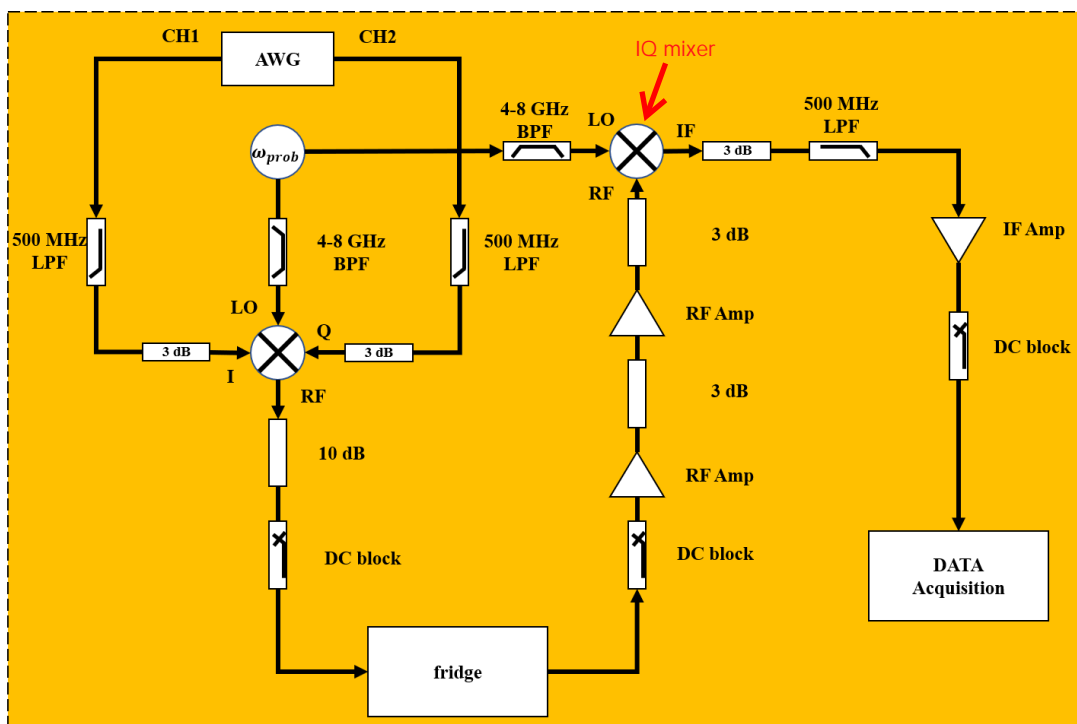


图 3.2.4 基于 IQ 多点频混频调制线路的 qubit readout 线路。

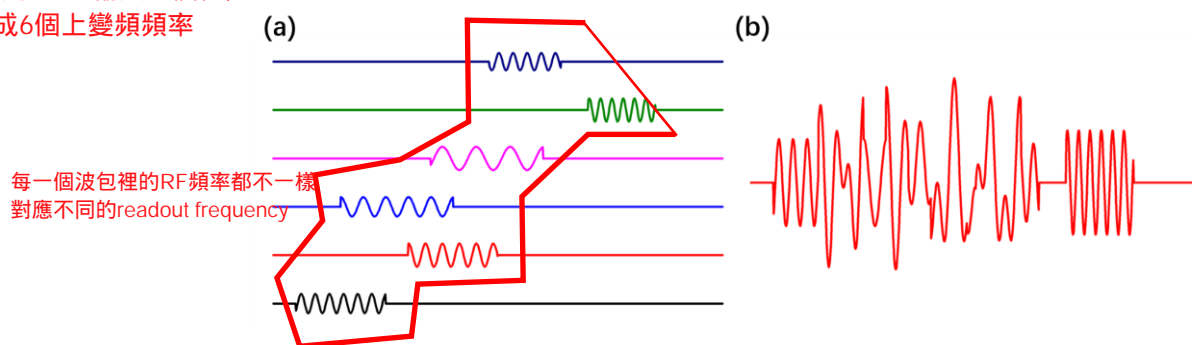
我们把微波源生成的微波信号输送到 IQ 混频器的 LO 输入端，把两个 AWG 通道生成的中频调制脉冲分别输送给 IQ 混频器的 I/Q 通道，通过上变频调制过程生成具有特定频率、幅度以及相位的微波脉冲信号。但是特别要注意的是，IQ

混频器不是理想器件，需要花费大量精力进行校准与修正，见第 5 章。在微波脉冲信号输送进制冷机的 XY-control 线路之前，我们使用了一个 DC block 用于隔断混频时产生的准直流杂散。

在图 3.2.4 中，我们展示的是 qubit readout 线路。我们同样利用了 IQ 上变频调制技术来生成用于读取 qubit 的 probe pulse，该脉冲信号通过制冷机的 readout in 线路输送到 qubit 读取腔中。从读取腔输出的 probe 信号经制冷机的 readout out 线路放大后，被输送到一个混频器下变频线路，通过下变频解调过程将 probe 信号解调到 10-500MHz 频段内，最终由高速数据采集卡采集并分析。整个上下变频的线路的 LO 本振我们使用了同一台微波源来提供，这样能够提高信号解调的质量以及相位的稳定性。

在读取单个 qubit 时，图 3.2.4 所示的上变频线路可以简化为普通混频器线路。但针对我们在 2.7 节中设计的芯片方案，我们利用信号供线将所有 readout 信号合并输入以简化低温信号线路。此时通过引入多点频上变频调制[6]-[8]，我们只需用一套 IQ 混频线路即可同时生成所有的 readout 信号，进而能够大幅简化室温信号线路。实现方法为通过 AWG 输出包含多个频率分量的调制脉冲信号，与同一个微波源生成的本振信号进行混频调制，以 6 路 readout 信号为例，合成效果见图 3.2.5。

實際如何做仍是有些看不懂
A:見5.2.1式，即 W_IF用AWG輸入六個值，故生成6個上變頻頻率



每一個波包裡的RF頻率都不一樣 對應不同的readout frequency

图 3.2.5 (a) 使用 6 路 IQ 混频线路方式生成的 6 路 readout 调制信号； (b) 使用 1 路 IQ 混频线路合成时，AWG 实际输出的波形，该波形与 (a) 实际效果完全一致。

即圖3.2.4中fridge右方出來的線路
在 readout out 的解调线路中，我们利用波分复用技术，可以同时解调所有 qubit 的读取信号，每个 qubit 的状态信息落在不同的频率分量上，互不干扰。为了避免因为 IQ 混频器的器件缺陷带来的信号失衡，解调线路使用了普通的混频器。相应地，我们对后级高速数据采集卡采到的中频信号进行数字 IQ 解调[9]，最终获得对应 qubit 的量子态信息。

数字 IQ 解调方法如下。首先，由 ADC 采集到的有效信号可以被写为公式 3.2.1 的形式：

$$S_{origin}(t) = A \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} (e^{-i(\omega t + \varphi)} + e^{i(\omega t + \varphi)}) \quad (3.2.1)$$

實驗得到而後被解調的信號，我們的目標是把A(t)和 φ(t)提取出來(可參考Schuter thesis page 148頁)

頻率與實驗信號一樣，但相位不一樣，這樣做是為了要把 ωt 時變項去掉，得到一個只有振幅和相位的項 (3.2.2式右邊第一項)

我們使用一路標準數字信號 $S_{std}(t) = e^{-i(\omega t + \phi)}$ 與其相乘，得到

$$S_{demo}(t) = S_{origin} \times S_{std} = \frac{A}{2} (e^{i(\varphi - \phi)} + e^{-i(2\omega t + \varphi + \phi)}) \quad (3.2.2)$$

我們定義

至此，我們想要的 $A(t)$ 和 $\varphi(t)$ 資訊轉化成了 I 和 Q 資訊

$$I = A \cos(\varphi - \phi) \quad (3.2.3)$$

$$Q = A \sin(\varphi - \phi) \quad (3.2.4)$$

由於 qubit 的狀態信息保存在幅值 A 與相位 φ 中，因而我們將原始數據轉化為 IQ 坐标系下的點，即可辨別出 qubit 的狀態，在此過程中二倍頻的信號被忽略。考慮到實際的區分度以及高斯噪聲，實際信號可能如圖 3.2.6 所示。

此式 $\frac{A}{2} (e^{i(\varphi - \phi)})$ 的 x 分量就是 3.2.3 (I 分量)，而 y 分量就是 3.2.4 (Q 分量)

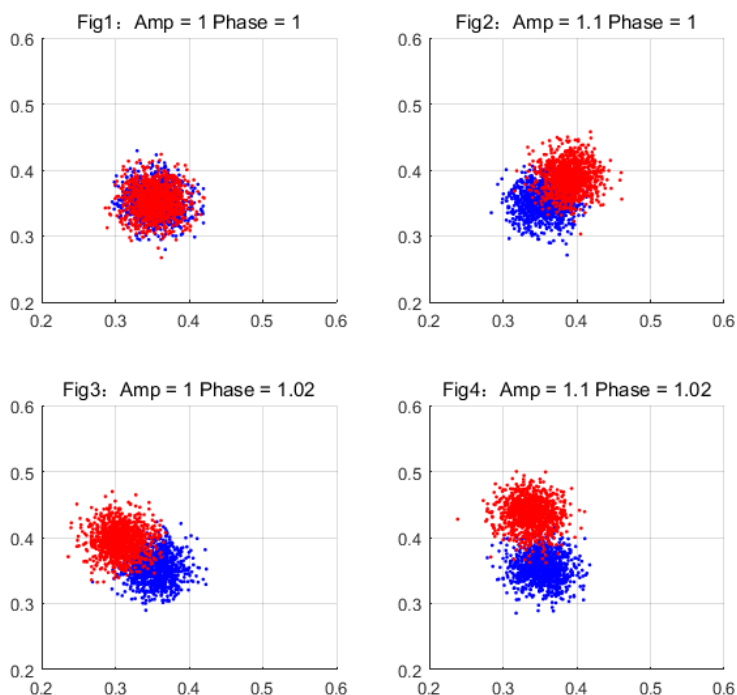


圖 3.2.6 數字 IQ 解調示意圖。橫軸為 I，縱軸為 Q，采集到的原始數據經過轉化後落在 IQ 坐标軸下的對應位置上。在此我們通過引入具有不同中心位置的高斯分布的形式來還原針對 qubit 的 $|0\rangle$ 態（藍色）與 $|1\rangle$ 態（紅色）的有限讀取信噪比。

以往的做法是用 $\sqrt{I^2 + Q^2}$ 以及 $\tan^{-1}(I/Q)$ 的方式提取出幅值相位進行分析，對應到圖 3.2.6 中，相當於以 IQ 坐标軸的零點當做閾值參考點。對於左上角圖中情況，該方法不能最大化讀取保真度。我們通過調節標準數字信號中的相位 ϕ ，對 IQ 坐标軸進行等效旋轉操作，見圖 3.2.7。旋轉後，所有的 qubit 狀態信息全部集中到 x' 軸（對應新的 I 或者 Q）上，這樣不僅可以將閾值劃分引起的讀取保真度損失降低到最小化，同時也能夠將雙閾值分析簡化為單閾值分析，以提高 qubit 狀態分析的保真度與效率。

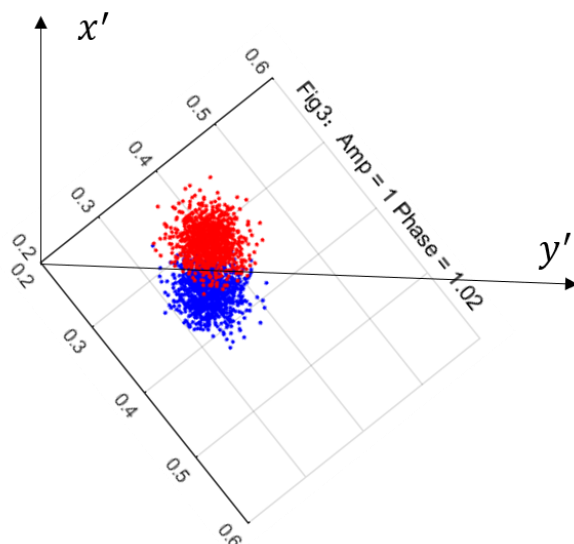


图 3.2.7 数字 IQ 解调示意图。通过调节标准数字信号中的相位 ϕ ，将所有信息保留到新的坐标轴 x' 上，以最大化读取信噪比。

我们现有利用商用仪器搭建的量子芯片测控系统，总共会用到数十台商用设备的几十个通道，但每台设备的性能、接口、同步指标不尽相同，导致整体调控的不便利，最恶劣的情况下会大幅降低操作以及读取的保真度。同时，商用仪器的大部分功能在实验中是用不到的，造成了实验成本的提高。尽管这样的测控系统能够满足简单的量子比特表征实验需要，但是将来我们设计的量子芯片中 qubit 数目还会进一步提高，到时候现有测控系统搭建方案必然会限制量子芯片测控的效率。因此，本人在搭建以上测控系统的同时，还自行设计了基于 FPGA 硬件控制层的多通道量子芯片专用反馈测控系统，它具有非常优秀的可扩展性与整体协调性。特别地，该系统在实时处理数据的时候，测控系统内部耗占的时间不足 200ns，远小于目前超导量子比特的相干时间（5-50 μs ），有助于我们后续实现 quantum feedback 以及相关应用[9]-[13]，详见第 4 章。

最后，我要感谢我的师妹杨鑫鑫、杜磊、郭亮亮、陶浩然等人在低温测控系统搭建中提供的协助。

3.3 量子芯片噪声屏蔽优化

尽管 transmon qubit 被放置在极低温环境中，但是这样的环境依然非常嘈杂。一方面，地磁场、制冷机运行时的震动等等因素持续存在，另一方面，我们加到制冷机低温线路中的器件，包括线路本身都存在固有噪声以及运行噪声，这些都会导致 qubit 工作环境中噪声的增加，导致其激发态分布增加的同时降低了相干时间。因此我们需要引入更多的屏蔽措施，以隔绝噪声对于 qubit 的影响。

3.3.1 Qubit 封装以及噪声屏蔽装置

量子芯片不宜直接暴露在环境中，我们必须再引入层层封装与屏蔽措施。首先是芯片的封装。封装的目的是给 qubit 提供基本的信号连接、良好的热接触、提供稳定的地平面以及基本的屏蔽保护。我们目前的超导量子芯片使用铝制封装盒安装，内嵌配套的 PCB 用于引入 quantum chip 上所需的各路信号，再与制冷机上的各类线路相连。PCB 以及封装盒外壁附上了紫铜板，用于和制冷机维持良好的热交换以及机械固定。图 3.3.1 是我们正在使用的几种封装盒以及量子芯片的照片。热沉的导热效率必须足够好，才能够将量子芯片运行时产生的热量及时带走。

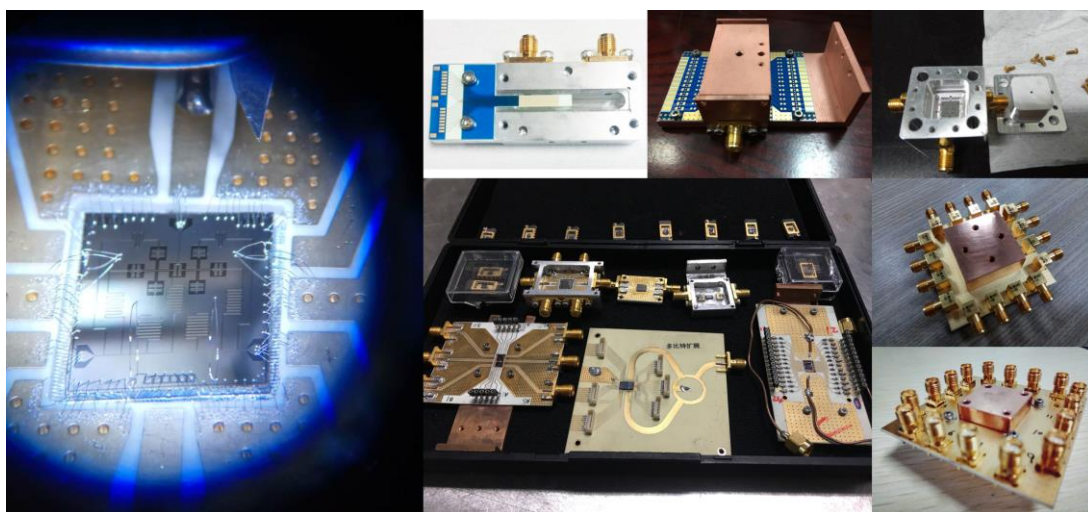


图 3.3.1 大量的量子芯片封装盒以及正在封装中的量子芯片实物照片。

然而，极低温以及热沉仅仅是支持量子芯片工作的基本条件，它不能消除所有环境噪声的影响（环境噪声，指的是包含热噪声、电气噪声、红外辐射噪声、磁场噪声、机械振动噪声等等在内的任意形式的光、声、电的波动，它会导致有效信息被淹没在因光、声、电的波动而产生的无效信息中）。绝大多数环境噪声，依然以红外辐射以及磁场辐射的形式存在，并且随机地干扰量子芯片中保存的信息。

見35頁各種noise的來源

空间红外辐射的来源主要是制冷机的外层结构的热辐射，尤其是 still plate（具有 800mK 的典型温度）的辐射。由 $\frac{1}{2}\hbar\omega = \frac{1}{2}k_B T$ 可知 300mK 左右物体的热辐射中心频率在 6 GHz 左右，而这正是 qubit 的工作频段。热辐射会使得 1-20GHz 的红外频段内电磁场能量大幅增加。尽管制冷机中本身带有基本屏蔽桶，但这不足以消除热辐射带来的红外辐射噪声的影响。国外使用了一种被称为 eccosorb [14] 的 AB 胶材料，涂抹在 mc 套筒上实现极佳的红外辐射的吸收，但

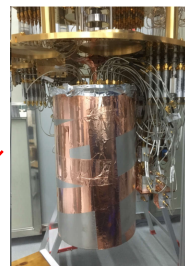
是这种材料在国内禁运。我们找到了替代材料 stycast 2850FT，这是一种环氧树脂材料，也是 AB 胶成分，通常用于真空密封。但是这种材料对于 1-20GHz 频段的红外微波也有不错的吸收效果。

空间磁场辐射的主要来源实际上是共存于量子芯片工作环境的电子学器件、线路，而不是地磁场。大部分普通电子学器件、金属块件、电缆、高频转接头在加工过程中都会引入磁性材料，它们在小范围内产生的磁场远大于地磁场。严重的时候可能产生 1mT 以上的磁场波动。事实上，磁场 > 10mT 时铝就会失超，因而我们必须严肃考虑因线路优化本身引入的磁场噪声。

实验中，我们经常测到很多杂乱能级、高阶激发态等，尤其是在可调 qubit 的实验中。原因主要有三个，热激发、芯片上信号串扰以及二能级缺陷，其中 qubit 高阶能谱成分主要由热激发导致。后两者可以通过芯片设计以及加工的优化来改进，但热激发需要我们改善 qubit 所处的环境。热激发的机制有三种，¹ 第一种是因磁场辐射引起的铝中准粒子的增加，这些准粒子具有较高能量，并且直接分布在 qubit 周围；² 第二种是空间中的红外辐射导致的 qubit 平衡态分布的变化，³ 第三周是 qubit 读取腔中的热平衡光子数。热激发会导致 qubit 初始具有一定的 $|1\rangle$ 态占据（一般是 5-10%），并且降低了 qubit 的相干时间。热平衡光子数的优化是通过线路衰减量的设置来实现的，见 3.3.2 节。

我们用于消除环境红外辐射噪声以及磁场辐射噪声的措施为额外施加了三层屏蔽装置。¹ 第一层为一个室温的磁屏蔽套筒，包裹在制冷机外壁。该套筒可以将环境磁场噪声降到 0.5 μ T 以下，达到地磁场的 1% 量级。² 第二层为一个低温的磁屏蔽套筒，其主要成分是坡莫合金，放置在 still 层，用于进一步提高磁场屏蔽效果。除此以外，所有用于改进 qubit 工作环境而使用在 mc 层的高频器件、高频线缆、SMA/SMP 转接头、热沉以及量子芯片封装盒均使用完全无磁的材料加工。极少数无法实现无磁的器件（比如环形器），我们使用了独立的磁屏蔽封装以抑制磁场的泄露。额外需要注意的是，这些引入的器件和线路均需要与 mc 保持良好的热接触以降低器件噪声。

³ 第三层为一种铜铝复合套筒，直接包裹在量子芯片周围，将其与其余引入的器件和线路隔开，见图 3.3.2。图 3.3.2 (a) 是一种组合式复合结构，我们把样品架热沉支架也一并组合在内，样品架与桶盖均为铜制沉金，qubit 样品放置在桶内，其余所有高频器件（尤其是环形器）隔离在桶外；图 3.3.2 (b) 是一种铜铝夹心套筒，内层为铜制，外层额外包裹了一层铝皮，两层焊在一起用于实现热接触。之所以这样设计是因为铝在超导状态下能够对磁场起到良好的屏蔽效果，这样就能进一步避免磁性器件对 qubit 的影响。但是铝超导以后热导率急剧下降，有可能导致制冷机无法冷却至量子芯片工作温度，因而我们把套筒的热接触面改为紫铜。



样品架與熱沉支架是一樣的東西，都是用來鎖在MX層的架子

鋁產生好的磁屏蔽，銅用來產生好的熱接觸

見藍色箭頭指的那個面

额外引入该套筒，本身即可降低红外辐射程度，我们又使用了前面所说的 stycast 2850FT，将其涂抹在铜铝复合套筒的内壁，以达到优化效果最大化。



图 3.3.2 铜铝复合屏蔽桶结构。(a) 组合式复合结构，我们把样品热沉支架也一并组合在内；(b) 另一种铜铝夹心套筒，内层为铜制，外层额外包裹了一层铝皮。

通过引入芯片封装盒、室温磁屏蔽套筒、低温磁屏蔽套筒以及低温铜铝复合套筒，我们解决了 qubit 工作环境的电磁场噪声扰动带来的影响。同时通过优化设计，我们提高了制冷机内空间的利用效率，使得我们能够更好地测试 transmon qubit 样品。

3.3.2 线路衰减器的施加与计算

除了电磁场环境噪声外，qubit 还会受到来源于信号线路上噪声的影响。该噪声主要成分是电噪声，与温度相关，我们称之为 Johnson-Nyquist noise。它可以等效成电路上一个具有温度 T 的纯电阻 R 产生的黑体辐射噪声，具有如下单边带噪声谱密度：

$$S_{VV}(f; R, T) = 4k_B TR \frac{hf/k_B T}{e^{hf/k_B T} - 1} \quad (3.3.1)$$

energy spectrum of Johnson noise

该噪声经过后级衰减，到达样品上。考虑到制冷机各级的电噪声 $S_{VV}(f_c; R^{(k)}, T^{(k)})$ 、各级温度 $T^{(k)}$ 以及对应到 readout in 端口的衰减量 $A^{(k)}$ ，到达样品的总噪声谱为：

$$S_{VV}(f) = \sum_k A^{(k)} S_{VV}(f; R^{(k)}, T^{(k)}) \quad (3.3.2)$$

对于 qubit readout 线路来说，实际有影响的是频率 f_c 附近的噪声成分。这部分噪声将直接进入读取腔中，导致热光子数的增加。嘈杂的热光子分布使得 transmon qubit 因 AC stack 效应而产生频移，并加速 qubit 的退相干。以一种前期错误衰减施加方案为例，我们在 PT1 上施加了 6dB 衰减器，在 PT2 上加了 20dB，

readout 線路 noise 的影響 (退相干)

51K

3K

在 mc 上加了 26dB，总计 52dB。该线路直接连接到 qubit 的读取腔的 readout in 端口。利用公式 (3.3.1) - (3.3.2)，取 $R = 50 \Omega$ 为微波线路的特征阻抗，由制冷机各层产生的到达读取腔的噪声谱分布见图 3.3.3 (a)。在图中所示的 1-10GHz 频段内，除了 mc 的噪声谱幅度变化较大外，其余各级的噪声谱幅度变化不大。其中最高的实际上是 PT2 层，对应图 3.3.3 (a) 中标示“4K”的黑色曲线，实际温度为 3.33K，到达读取腔的噪声谱幅度大约在 $3 \times 10^{-23} \text{V}^2/\text{Hz}$ 的程度，比 mc 层产生的噪声大 1-4 个数量级。也就是说，此时量子芯片的输入噪声绝大部分贡献源于由 3.33K 左右温度热源所产生的辐射噪声，量子芯片的等效温度要远大于 mc 层实际的温度（取 25mK）。

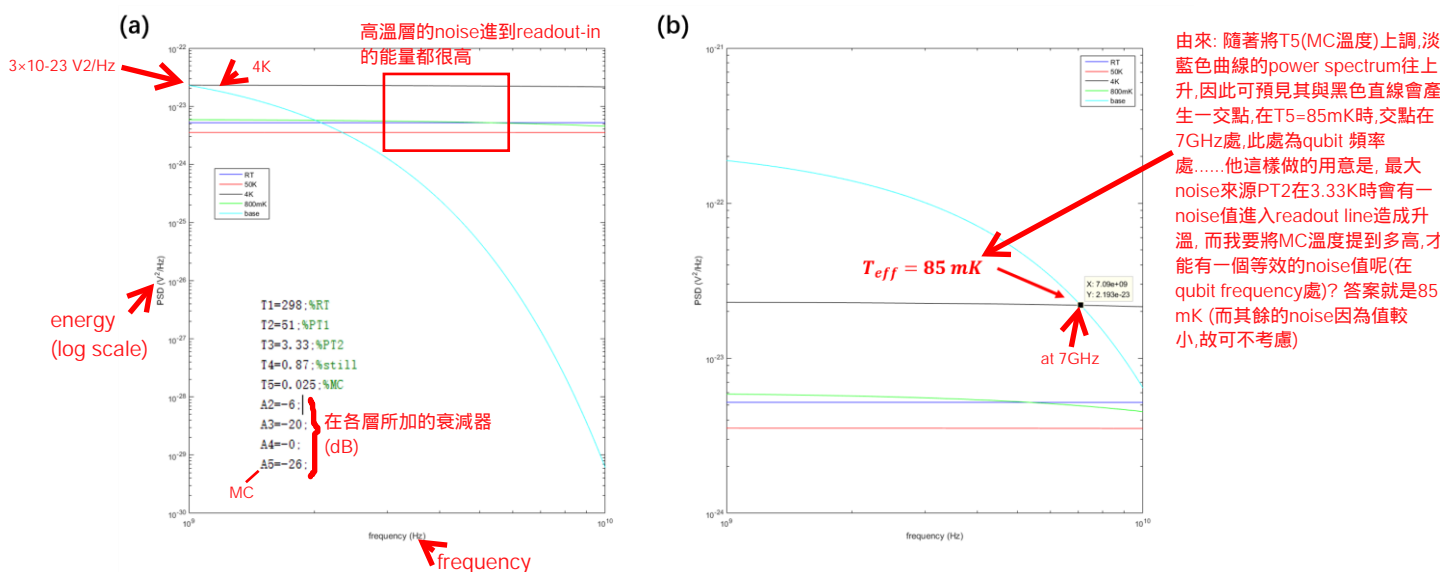
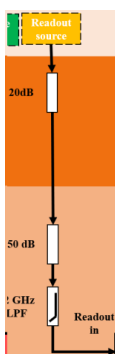


图 3.3.3 (a) 一种典型的错误衰减器施加方案，各级温度以及施加的衰减器见小图。在该方案下，制冷机各级到读取腔的噪声谱分布，其中 mc 温度取 25mK，横轴范围为 1-10GHz，纵轴范围为 10^{-22} - $10^{-30} \text{V}^2/\text{Hz}$ ；(b) 对应 (a) 图，读取腔的实际等效温度高达 85mK。

图 3.3.3 (b) 的由来

我们同样利用以上模型来衡量等效温度。通过修改温度 T 的数值，我们得到了“等效 mc 温度”的曲线，见图 3.3.3 (b) 中的淡蓝色曲线。抬升温度 T 后淡蓝色曲线也随之抬升，它与表示 PT2 层的黑色曲线的交叉点随之左移。当交叉点落到 qubit 读取腔的工作频段时，我们就获得了该 qubit 所处环境的等效温度。以一个 7GHz 的读取腔为例，对应的等效温度高达 85mK。

为了降低 qubit 的等效温度，我们必须进一步抑制 PT2 层产生的电噪声。相应地，假定 mc 上的衰减量从 20dB 增加至 40dB，见图 3.3.4 (a)。此时 mc 层的等效温度被有效地降低到 40mK，见图 3.3.4 (b)。我们权衡之后确定了最终的方案，在 readout in 线路上，我们在 PT2 上加了 20dB 衰减，在 mc 上加了 50dB 衰减，见图 3.2.1，它能同样使读取腔频率处的等效温度降至 40 mK，并且施加方



法更加简单。**需要提到的是，理论上把所有的衰减器都放到 mc 层对上级噪声的抑制效果是最好的，但衰减器本身也是有损器件，如果没有良好的热接触，它自身也会产生大量的噪声，甚至使得 mc 实际温度抬高。因此我们必须把一部分衰减器设置到 PT2 层，利用该层足够大的制冷功率带走衰减器发散的热量。**

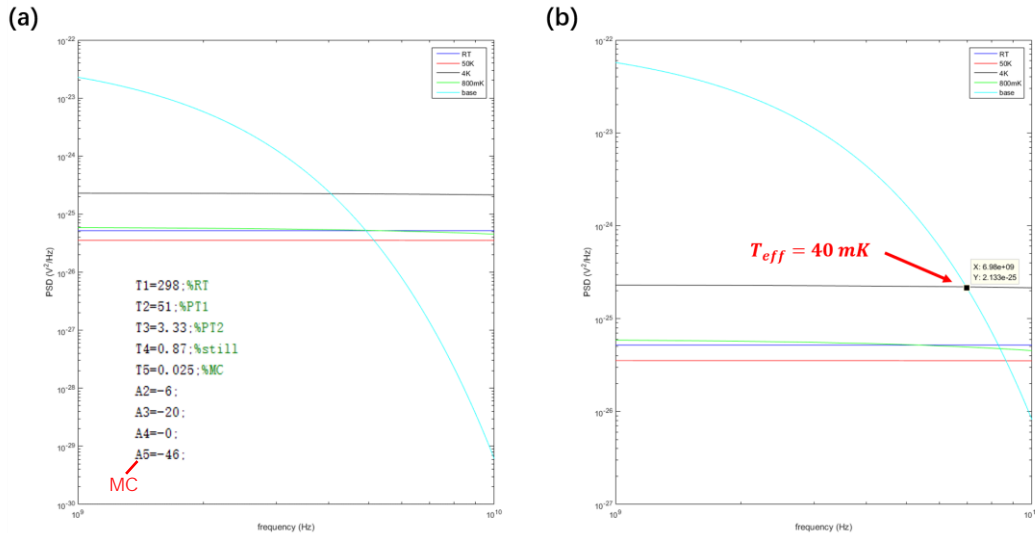


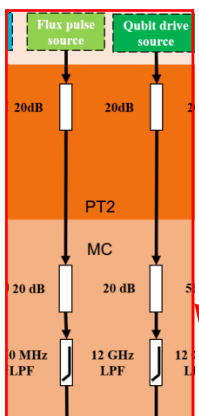
图 3.3.4 (a) 在图 C.3 基础上，我们在 mc 层加了 46dB 衰减，各级到读取腔的噪声谱分布，其中 mc 温度取 25mK，横轴范围为 1-10GHz，纵轴范围为 10⁻²²-10⁻³⁰ V²/Hz； (b)对应(a)图，读取腔的实际等效温度被有效地降低到 40mK。

XY-control 线路 noise 的影响 (高能级跃迁)

我们同样设计了 XY-control 线路的衰减量。Qubit 的 XY-control 通道对 qubit 的影响主要是能级跃迁。由 3.1 节可知，XY-control 通道与量子比特的耦合强度大小遵循公式 $\Omega_d = \frac{C_d V_d Q_{zpf}}{\hbar(C+C_d)} = g_d V_d$ ，取我们的设计参数可得 $g_d \approx 2\pi \times 412 \frac{\text{GHz}}{\text{V}}$ 。利用费米黄金定则，由电噪声引起的 qubit 激发跃迁的跃迁率为

$\Gamma_{\uparrow} = A g_d^2 S_{VV}(f_q; R, T)$ (3.3.3)

假设我们需要跃迁率低至每 1ms 一次，即 $\Gamma_{\uparrow} = 2\pi \times 1 \text{ kHz}$ ，并假设噪声主要来源依然为 PT2 层，对应温度为 3.33K，则衰减量 $A \approx 0.1$ 即可。也就是说，在 PT2 以下只需要额外再加 10dB 衰减器已经足够了。我们在 XY-control 线路上一共加了 40dB 衰减器，其中 PT2 加了 20dB，mc 层加了 20dB。Flux pulse 线路上的衰减量也是 20dB+20dB，并且由于 flux pulse 线路的低通滤波器频段为 DC-500MHz，进一步抑制了 f_q 频段的跃迁激发噪声。



$$\Gamma_{\uparrow} = A g_d^2 S_{VV}(f_q; R, T) \quad (3.3.3)$$

将图 3.3.3(a) 中的 PT2 能量 $3 \times 10^{-23} \text{ V}^2/\text{Hz}$ 带入，而 g_d 单位是 GHz/V ，平方成 $(\text{Hz}/\text{V})^2$ ，故 3.3.3 式右边单位为 Hz ，与左边单位符合

Z-control 线路 noise 的影响 (dephasing)

Flux offset 线路上我们没有加衰减器。Z-control 通道对 qubit 的主要影响是 dephasing。假设 Z-control 线的输入阻抗为 R，到 qubit 的 SQUID 环的互感为 M，由线路的电压噪声谱密度转化为磁通噪声谱密度的转化关系为

见 35 页

者是 dephasing 过程 (对应 T_2)。Dephasing 可以看成是 qubit 频率因噪声产生波动 $\delta f(t)$ ，经历时间 Δt 积累后产生的相位误差 $\delta \phi$ 的效应。我们需要知道 qubit 频率的

磁通噪声谱密度(即JJ做成的 SQUID中有這樣的 flux noise) $S_\phi(\omega) = \left(\frac{M}{R}\right)^2 S_{VV}(\omega)$ DC線的 noise spectrum (例如圖 3.3.3a 中的黑色線(PT2)) (3.3.4)

再由磁通噪声到 qubit 频率波动的转化关系

由 SQUID 的 flux noise 導致的 qubit frequency noise (spectrum) $S_{\omega_q} = \left(\frac{\partial \omega_q}{\partial \phi}\right)^2 S_\phi(\omega)$ (3.3.5)

假设线路电噪声为纯白噪声，则对应引起的退相干速率增加量可以近似写为

$$\Gamma_{2*} \approx \frac{S_{\omega_q}}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial \omega_q}{\partial \phi}\right)^2 \left(\frac{M}{R}\right)^2 S_{VV}(\omega) \quad (3.3.6)$$

最后代入设计参数, $\left|\frac{\partial \omega_q}{\partial \phi}\right| = \omega_q \tan\left(\frac{\pi\phi}{\phi_0}\right) \frac{\pi}{2\phi_0} \sim 2\pi \times 6 \frac{GHz}{\phi_0}$, $\omega_q = 2\pi \times 5 GHz$, $M \approx$

$2 pH$, $R = 50 \Omega$, $S_{VV}\left(\frac{\omega_q}{2\pi}; 50 \Omega, 3.33K\right) \approx 8.86 \times 10^{-21} \frac{V^2}{Hz}$, 我們得到 $\Gamma_{2*} \approx 2\pi \times$

$187 Hz$, 可見, 即使我們不加任何衰減器, 从 Z-control 线路引入的电噪声也可以完全忽略。我們只需要在 Z-control 线路上加足够的滤波器, 用于抑制由信号携带的噪声。此外, 我們在 flux pulse 线路加了 20dB+20dB 的衰減器, 目的也是抑制信号携带的噪声。見上一頁, 這是用來抑制激發躍遷的 noise

通过以上线路衰减的重新计算与测试, 我们解决了因线路上的电噪声引起的 qubit 激发导致的退相干。同时我们对线路上的滤波器等器件重新进行了设计与布局, 最终效果见图 3.2.1。

3.4 量子功能芯片——Purcell filter 的应用

2.6 节中我们提到 transmon qubit 的实际退相干上限——Purcell effect。其根源是 qubit 通过读取腔感受到了外界环境的噪声。对应地, 我们设计了屏蔽外界环境噪声的器件——Purcell filter [15]-[19]。该结构是一段特殊的共面波导结构, 我们将其放置在 qubit 读取腔的前级, qubit readout 信号通过 filter 进入读取腔, 离开读取腔后再次通过 filter, 最后进入后级放大线路。通过这段额外的共面波导的贡献, qubit 频率的环境噪声得到更大程度的抑制, 从而 qubit 能量弛豫时间 $T_1 = C_q / Re[Y(\omega_q)]$ 得以提升。由于 Purcell filter 与传统电子学器件的设计思路以及实现方法有区别, 并且它作为一种辅助芯片, 被用于改进量子芯片的性能, 因而我将其称为量子功能芯片。同样地, 3.5 节的 J-Amp 也属于量子功能芯片的范畴。

由其 Read thesis 的 142 頁 $T_1 = C_q / Re[Y(\omega_q)]$ (2.6.5)
其中 $Y(\omega_q)$ 为 qubit 所看到的環境的 Y 矩陣的大小, 可以通过 Sonnet 以及 HFSS

見 2.6.5 式 由于 $Y \equiv \frac{1}{Z_{in}}$, $S_{21} = \frac{2Z_{out}}{Z_{in} + Z_{out}}$, 为了降低 $Re[Y(\omega_q)]$ 我們需要提高 $Re[Z_{in}(\omega_q)]$,

而 $Re[Z_{in}(\omega_q)]$ 越大, $|S_{21}|$ 越小, 因而简单来说我们只需要额外地降低到达 qubit

处的 $|S_{21}(\omega_q)|$ 即可。当然, 完整的理论更加复杂, 需要额外考虑到 qubit 能级、

即 qubit frequency 處的 transmission 要壓低 (見圖 3.4.2b)

读取腔能级/耗散以及 filter 耗散的影响，见[17]。

Purcell filter 除了能够抑制环境噪声对 qubit 退相干的影响以外，还能够有效地提高测量效率。引文[19]给出，在 Purcell filter 的贡献下，腔的有效线宽为

$$\text{腔的有效漏光率} \quad \kappa_{eff} = 4 \frac{Q_p J^2}{\omega_p + 4\delta_p^2 \frac{Q_p^2}{\omega_p}} \quad (3.4.1)$$

式中 J 为 Purcell filter 与读取腔的耦合强度， ω_p 与 Q_p 分别为 Purcell filter 的设计频率以及品质因子， δ_p 为 Purcell filter 与读取腔的频率 detuning。读取腔典型 $\kappa_{ext} \sim 2\pi \times 3\text{MHz}$ ，但是在 Purcell filter 贡献下， $\kappa_{ext} \sim 2\pi \times 30\text{MHz}$ 。这表示读取腔与信号供线的有效信号交换率提升了整整十倍，因而量子信息处理过程会因为 Purcell filter 结构的引入大幅提速。

我们设计过多种不同的 Purcell filter 结构，下面分别进行说明。

3.4.1 阻抗变换线 Purcell filter

阻抗变换线 Purcell filter 由多段不同长度、特征阻抗的传输线组合构成，它所占体积较大，一般单独做在一块芯片上。我们设计了一种五段式的结构，具有两种特征阻抗与长度，见图 3.4.1。传输线式 filter 的优势在于它几乎没有插损，尤其是在 DC 端，因而 flux offset 与 flux pulse 都能通过。这种 filter 不仅可以接在 qubit 读取腔前级用于隔离环境噪声对 qubit 弛豫的影响，还可以接在 qubit Z-control 通道的前级，用作低频端的低通滤波器。图 3.4.1 设计参数对应的仿真效果以及实测效果见图 3.4.2。

由图 3.4.1 中设计参数仿真得到，该 filter 在以 6.42 GHz 为中心有一个狭窄的导通频段，在其余地方，信号几乎完全被反射回去。尤其是其以 4 GHz 为中心的隔离带，与导通频段间有 25 dB 的设计隔离度。我们可以将读取腔频率设计在 6.42 GHz 附近，将 qubit 频率设计在 4-5 GHz，再将该 filter 设计在 qubit 读取腔前级，则可以实现仅有读取 qubit 的 probe 信号能通过、qubit 频段环境噪声完全被屏蔽的效果。由于 HFSS 软件不能同时仿真 DC 端，因而图中给出的仿真数据为 1-10 GHz 频段。我们使用该设计参数加工了阻抗变换线 purcell filter 并放入系统内实测，网络分析仪所测到的 $|S_{21}|$ 数据详见图 3.4.2 (b)。实测效果显示，我们实现了 5.8-6.8 GHz 频段的高频导通带，可以用于放置读取腔频率，以及以 4.2 GHz 为中心的隔离带，可以用于放置 qubit 频率。隔离带与导通带的实际隔离度为 30 dB，该数据能够稳定重复，并且比我们已知的任何文献指标[15]-[19]都要优秀。尽管网分只能测到 300 kHz 的起始频率，但是我们通过多次用万用表测量确认 DC 是直通的。通过将该原始数据与多次测得的线路 $|S_{21}|$ 数据进行比对，我们得到了 filter 的插入损耗 <3 dB，最好的状态下基本上能够做到无损，也就是

说，我们制备的阻抗变换线 Purcell filter 实现了所有的设计指标，能够大幅抑制 qubit 所感受的环境噪声的影响，消除 Purcell effect。

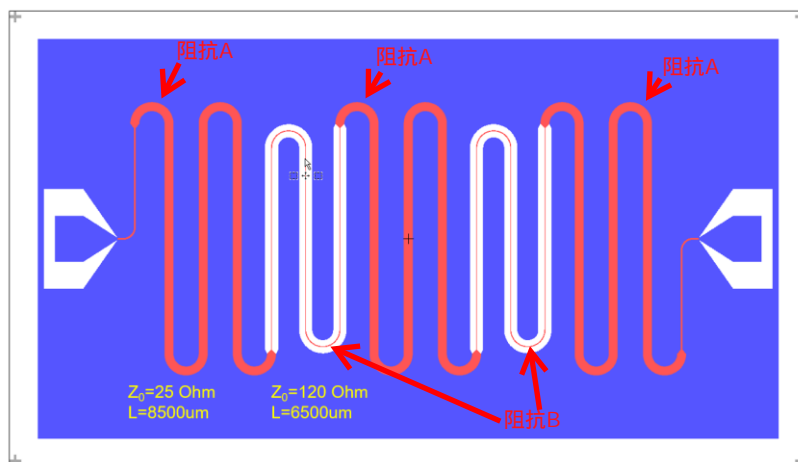


图 3.4.1 阻抗变换线 Purcell filter 设计图。

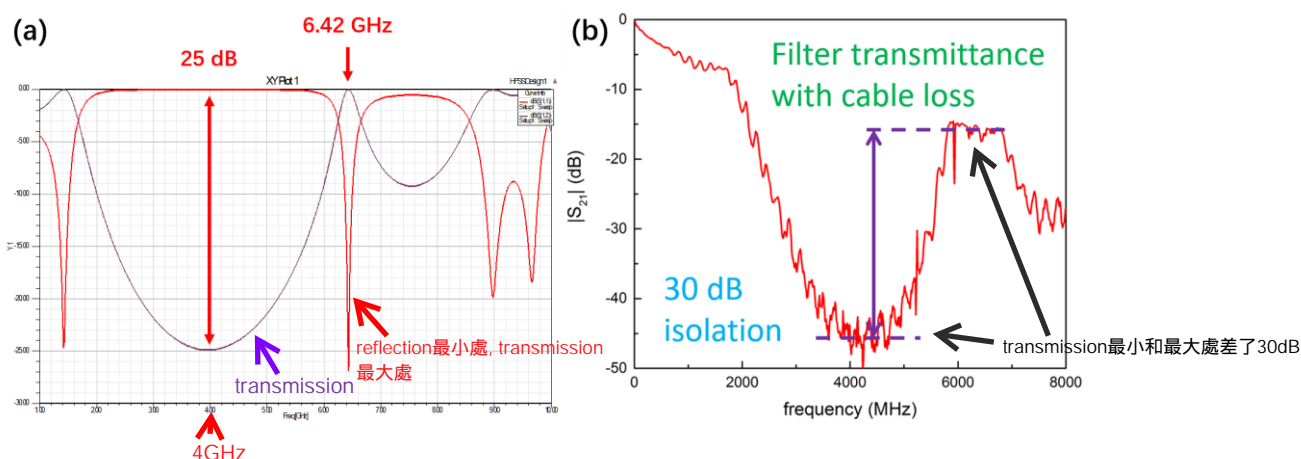


图 3.4.2 (a) 图 3.5.1 对应参数的 HFSS 仿真数据，红色为 $|S_{11}|$ ，紫色为 $|S_{21}|$ ；(b) 使用该组设计参数加工出的实际 Purcell filter 的 $|S_{21}|$ 测试效果。

阻抗变换线 Purcell filter 的使用方法是接在 quantum chip 各个信号通道的入口，外界信号 (readout in/out 以及 Z-control) 经过 filter 进入或者离开 quantum chip。

3.4.2 半波长谐振腔式 Purcell filter 的设计

3.4.1 节所述 Purcell filter 的测试效果非常好，但实际使用中会有一些不方便。首先，该结构体积较大，单独占用芯片封装；其次，我们需要在 readout in/out 上同时安装一个 filter，造成了量子芯片工作环境的臃肿。因此我们又设计了另一种 Purcell filter 结构，它能够 qubit 共同做在 quantum chip 上，并且能够直接替代原有的传输线信号供线（见 2.7 节），设计图见图 3.4.3。在新的结构设计中，读取

即環型器1號口(readout in)裝一個,二號口接qubit,三號口(readout out)裝第二個

qubit 的 probe 信号通过 Purcell filter 信号供线的一段输入并进入对应的读取腔，随后 probe 信号返回到 filter 供线上，再从 filter 的另一端输出。这种结构的好处是与 circuit QED 电路结构直接相连，消除了因为电缆长度引入的不稳定性误差，此外结构相对更小，易于集成。

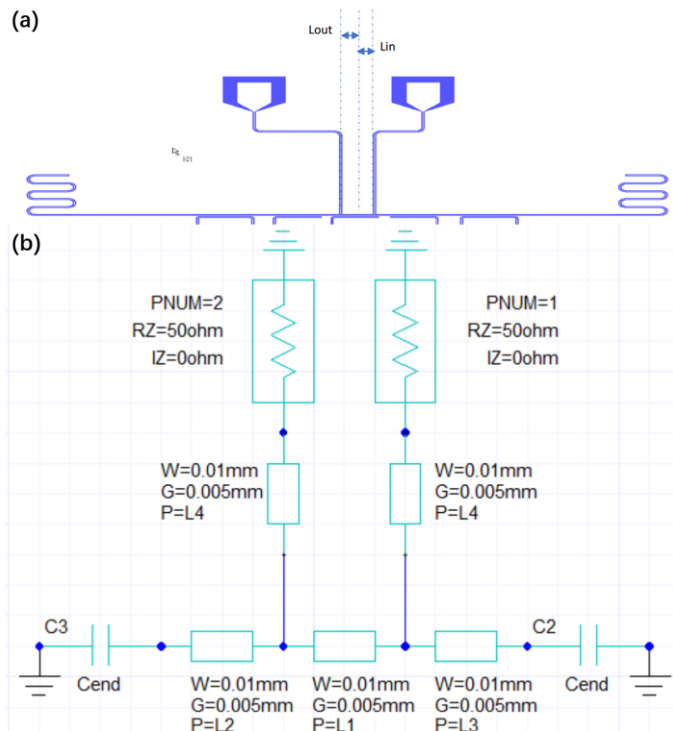


图 3.4.3 半波长反射腔式 Purcell filter 的 (a) 设计图以及 (b) 电路模型。

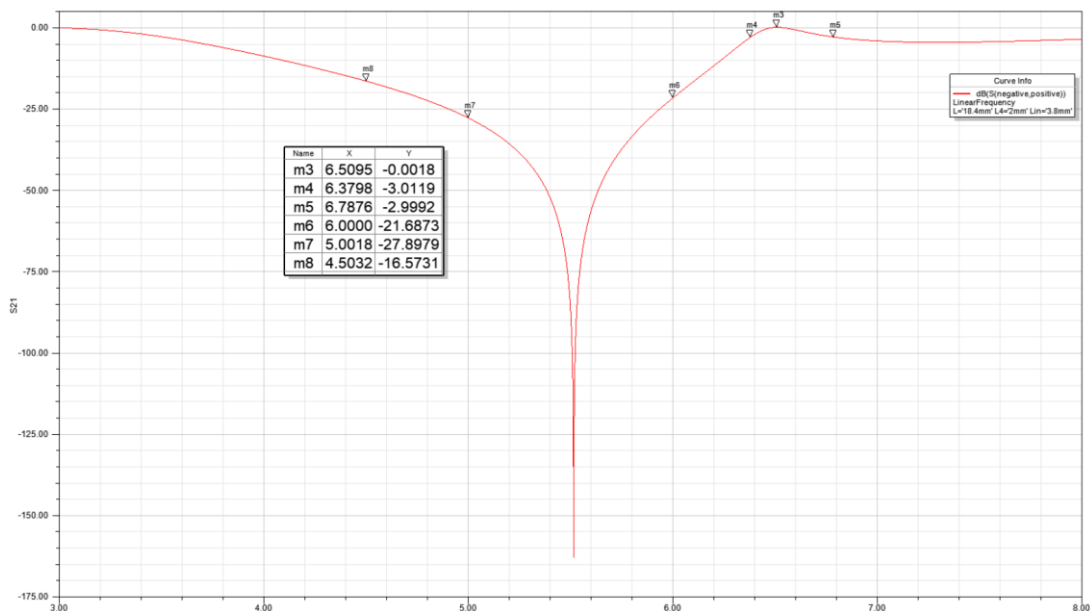


图 3.4.4 在 $L_{in} = L_{out} = 3.8 \text{ mm}$ 的参数条件下，半波长谐振腔 Purcell filter 的 HFSS $|S_{21}|$ 仿真结果。

我们使用了一个半波长谐振腔作为 filter 的主体，在其两侧分别额外引入一

个四分之一波长谐振腔分支，具体的电路模型以及其中一组设计参数见图 3.4.3 (b)。Qubit 的读取腔实际上是接在四分之一波长反射腔的结构上。通过大量的参数仿真，我们得出一些有用的基本结论：令图 3.4.3 (a) 中 $L_{in} = L_{out}$ 后，可以在特定频段设计带阻滤波器，而通过参数设计，我们可以将带阻范围移至 qubit 工作频段。再额外加上隔离度、带通频段以及插入损耗的限制，最终我们设计出几组合适的参数，其中一组参数的 HFSS 仿真结果见图 3.4.4。在该参数下，我们能够实现预期以 6.58 GHz 为导通带中心频率，400 MHz 的 3 dB 的导通带，插入损耗不到 0.002 dB，隔离带效果为：5-6 GHz 内隔离度 > 20 dB，4.5-5 GHz 内隔离度 > 15 dB。尽管该效果不如阻抗变换线 Purcell filter 的设计，但是更加实用。

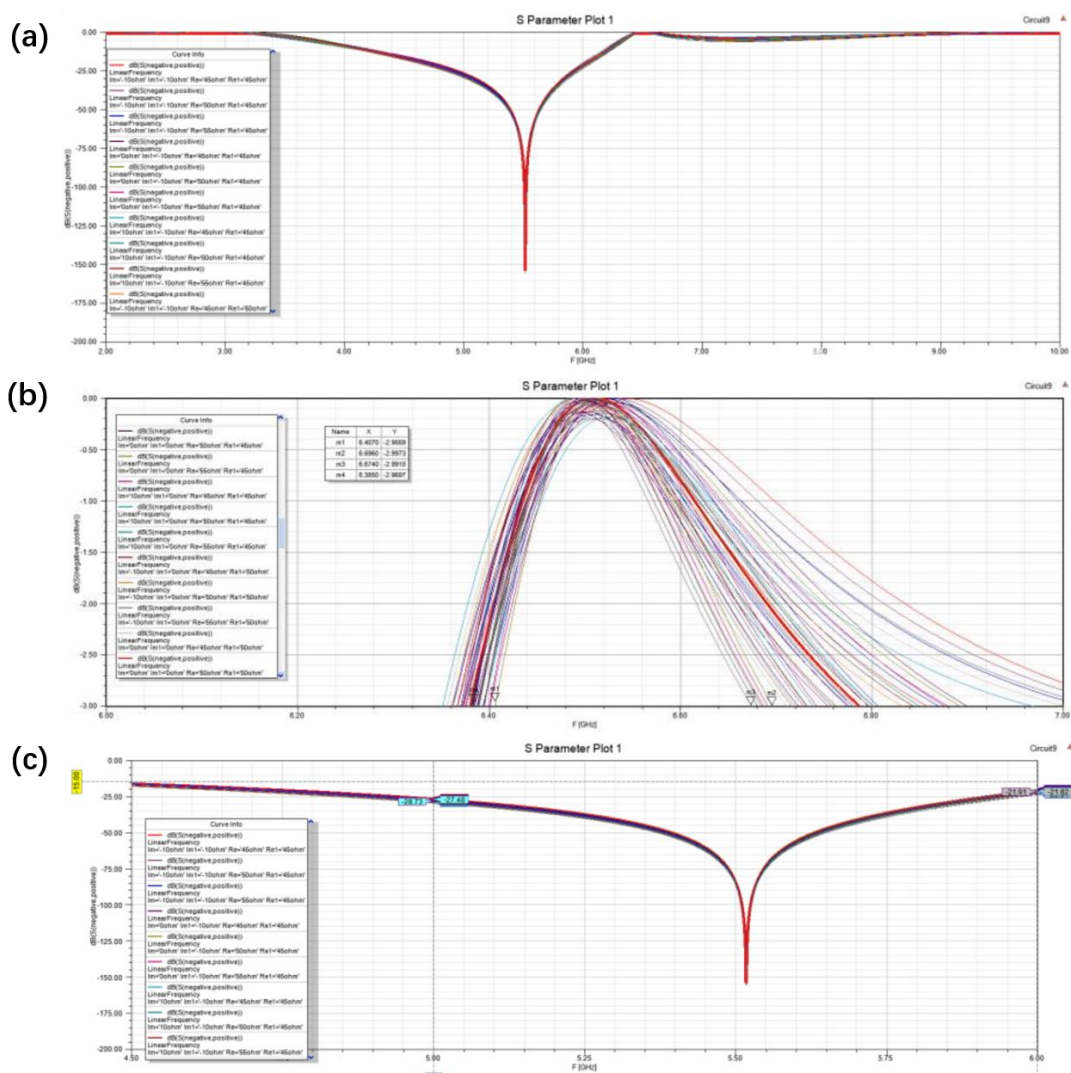


图 3.4.5 (a) 端口阻抗在 $(50 \pm 5) \pm j10 \Omega$ 范围内波动时，半波长谐振腔式 Purcell filter 整体 $|S_{21}|$ 仿真结果，仿真频段为 2-10 GHz； (b) 6-7 GHz 频段内的细致仿真结果，对应导通带的波动范围； (c) 4-6 GHz 频段内的细致仿真结果，对应隔离带的波动范围。

考虑到实际加工时的参数漂移，器件结构的内部阻抗、端口阻抗、总长（影

响隔离带以及导通带的频率范围)都有可能变化。我们主要研究了端口阻抗匹配的影响,因为此研究同样包括了引线方式引入的阻抗变化的影响。我们改变了图 3.4.3 (b) 电路模型对应的输入阻抗,使其从原来的 50Ω 变化为 $(50 \pm 5) \pm j10 \Omega$ 。基于该变换范围,我们选取了多组典型参数,对原有模型进行重新仿真,结果见图 3.4.5。我们发现,在该端口阻抗变化范围内,filter 的导通带的中心频率以及导通范围均会偏移,偏移范围为 6.35-6.7 GHz, 3 dB 带宽最小被压缩至 300 MHz,但这些实际结果都不会影响到使用效果;除此以外,隔离带到导通带的抑制度没有受到影响,同样地我们有 5-6 GHz 内隔离度 > 20dB, 4.5-5 GHz 内隔离度 > 15 dB。最后,我们基于最终的设计参数加工了多批次的半波长谐振腔 Purcell filter,其中一组同批次 filter 样品的测试数据见图 3.4.6。在这四块样品中,都能够实现 6-8 GHz 频段的导通带以及 4.5-6 GHz 的隔离带,其中导通带插损不到 5dB,隔离带至少提供了 15dB 的隔离度,尤其是图 3.4.6 (d) 所示的样品测试效果最佳。图 3.4.6 (c) 的测试数据收到了加工污染的影响。我们经过大量的测试,图 3.4.6 (c) 出现的几率能够降至 5%以下。

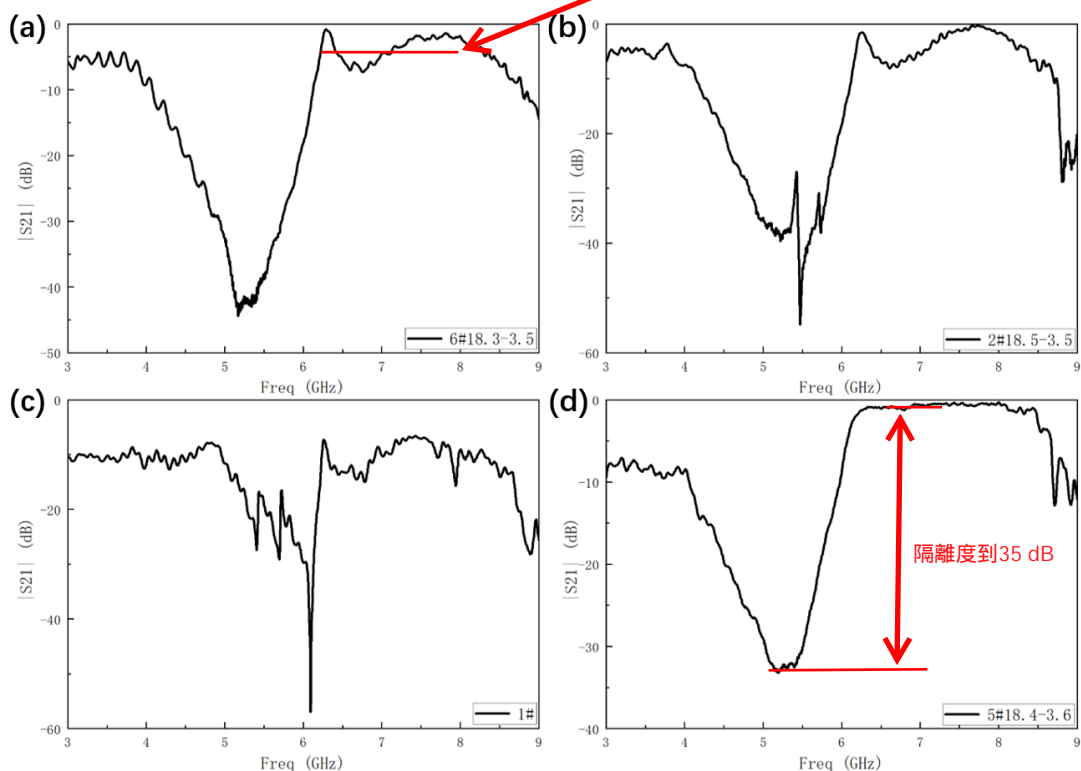


图 3.4.6 一组半波长谐振腔 Purcell filter 的测试数据。除了 (c) 受到了加工污染的影响外,其余器件的传输线插损都非常小。

通过半波长谐振腔式 Purcell filter 的设计与优化,我们解决了阻抗变换线 Purcell filter 使用不便的问题,同时,半波长式结构对抗输入阻抗波动的能力更强。整体上来说,它能在不影响 qubit readout 信号的前提下,对 qubit 频段的噪

声额外提供至少超过 20 dB 的抑制度，满足了 qubit 对于消除 Purcell effect 的要求。

3.5 量子功能芯片——J-Amp 的研制与应用

利用约瑟夫森结体系制备量子参量放大器 (J-Amp) 的研究国际上有了十来年的历史。相比于传统的低噪声放大器，它最大的优势是额外附带的噪声极低，理想的 J-Amp 在放大单光子信号的同时，除了附带量子真空涨落扰动外不产生任何额外噪声。哪怕是做的没那么理想，噪声温度也只有 300-600 mK，远低于前面提到的 HEMT 的 2.1 K 典型噪声温度。可以说，在弱信号放大的性能上，它远超所有商用低噪声放大器。目前业内普遍能够实现 20 dB 以上增益的 J-Amp，最高做到了 50 dB[20]。把它用在量子信息处理上可以达到如虎添翼的效果。尽管读取腔能够实现对 qubit 的高效读取，但是很难在单光子级别达到同样的读取效果。为了提高读取保真度，必须增大探测信号的功率，从而导致 qubit 退相干。但有了 J-Amp 以后，哪怕输入单光子信号，通过放大，输出信号同样能够有效地提取出 qubit 的量子态信息，因而高保真度的 qubit 量子态读取以及很多量子算法非常依赖于 J-Amp 的存在。有了 J-Amp，我们能够实现单光子的 single-shot readout[21]-[22]、持续但非破坏性的量子态监测[23]-[25]、量子反馈[12],[26]、量子实时纠错[27]-[28]等重要应用，甚至它也能在产生增益的同时额外压缩量子光场[29]。可以说，未来的量子计算机中，J-Amp 与量子芯片一样，都是最核心的结构，不可或缺。在本人改造优化量子芯片工作环境的工作中，J-Amp 的理论研究与结构设计是其中非常关键的一部分。

J-AMP的主要功用

J-AMP的工作原理

J-Amp 的基本工作原理如下，利用约瑟夫森结的交流 AC Josephson effect 产生无损耗非线性项，再利用 LC 振荡电路构建出一个单模光场。再额外引入一个功率很大的 pump 信号，微弱的 signal 以及强大的 pump 共同进入器件中，利用 Josephson junction 的高度非线性增强四波混频或者三波混频模式的非线性相互作用，从而放大 signal。如果单模光场的频率与 signal 的频率接近，则以上过程还会额外得到增强。最终 signal 离开器件并获得可观的功率增益。在以上过程中，整体电路工作在超导状态，几乎没有任何耗散过程，因而附带噪声被降至量子真空涨落的水平。

可参考“基于约瑟夫森结参数放大器的超导量子比特态函数的精确测量_王佩_浙大硕”

传统的 J-Amp 是约瑟夫森结结构与电路 LC 振荡电路的结合，通常是 SQUID+并联电容[30]或者是四分之一波长反射腔末端通过 SQUID 接地[22]这两种结构。除此之外，SQUID 附近额外需要一根磁通调制线。这种结构的 J-Amp 结构简单，也很容易实现高增益，但是带宽极窄，一般不超过 30 MHz[30]-[31]，



最多只能用于单点频信号的放大，不能用于宽带信号放大。本人设计、制备、测试过大量反射腔+SQUID 结构的 J-Amp，利用其最基本的二倍频 flux-pump 模式普遍能实现 15-30 dB 的窄带宽增益，有效工作范围 5.5-7.5 GHz。但是这种 J-Amp 不能满足我们的需求，因为我们的多比特芯片所有的读取腔都通过公共的信号供线相连，需要至少 300 MHz 的增益带宽。

3.5.1 约瑟夫森行波参量放大器 (J-TWPA)

我们花了半年的时间研制过约瑟夫森行波参数放大器 (J-TWPA) [32]-[34]，它的设计图见 2.3.3 (h)。它的设计以及加工工艺非常复杂，整体结构由 200 个包含约瑟夫森结与电容组成的基本单元构成，每个单元含 12 个结以及 3 个电容，结构极其复杂。在引文[32]中，他们的 J-TWPA 是在美国微加工能力首屈一指的 MIT 林肯实验室代工，包含接近 20 步主要步骤以及上百道基本工序，而我们实验室并没有如此精良的加工条件。因此我们实验室在 J-TWPA 的研制上进展较为缓慢。

尽管没有获得非常大的成功，但是也已经取得了一些基本成果。在最稳定的一批测试样品中，利用一倍频 signal-pump 模式，我们在 4-8 GHz 频段内获得了 >10 dB 的较平坦增益，以 6 GHz 的特征吸收谷为中心，我们获得了接近 1 GHz 的 3 dB 增益带宽，峰值增益为 20 dB，见图 3.5.1。但是，我们的 J-TWPA 样品制备工艺尚不稳定，其饱和功率仅有 -140 dBm 左右，见图 3.5.1 (c)，此外，该放大器的平均噪声温度只有 800 mK。后续我们会继续开展 J-TWPA 的设计与加工工艺的改进工作。

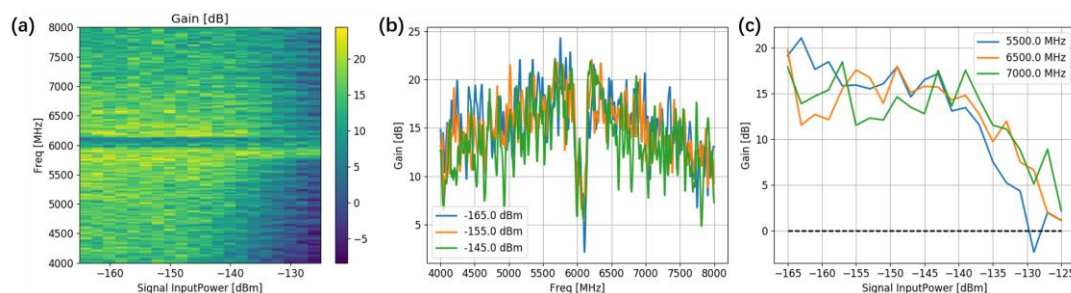


图 3.5.1 (a) J-TWPA 的增益数据，横轴为信号功率，纵轴为信号频率；(b) 在 (a) 图中截取的信号功率分别取 -165 dBm/-155 dBm/-145 dBm 的三条数据；(c) 利用 (a) 图，在三个不同的信号频率处增大信号功率所得到的增益曲线，从曲线中估算出增益饱和功率大约是 -140 dBm 左右。在此要感谢浙江大学王腾辉博士以及张贞兴博士在测量数据上提供的帮助。

3.5.2 阻抗匹配参量放大器 (J-IMPA)

为了尽快获得具有足够增益带宽的实用 J-Amp, 我们选择了另外一种结构简单的多但非常考验设计参数的放大器设计, 这种设计是在普通 J-Amp 的前级额外加了一段阻抗变换线, 用于修正放大器的整体阻抗匹配, 因而被称为阻抗匹配参量放大器 (J-IMPA) [35]-[36]。

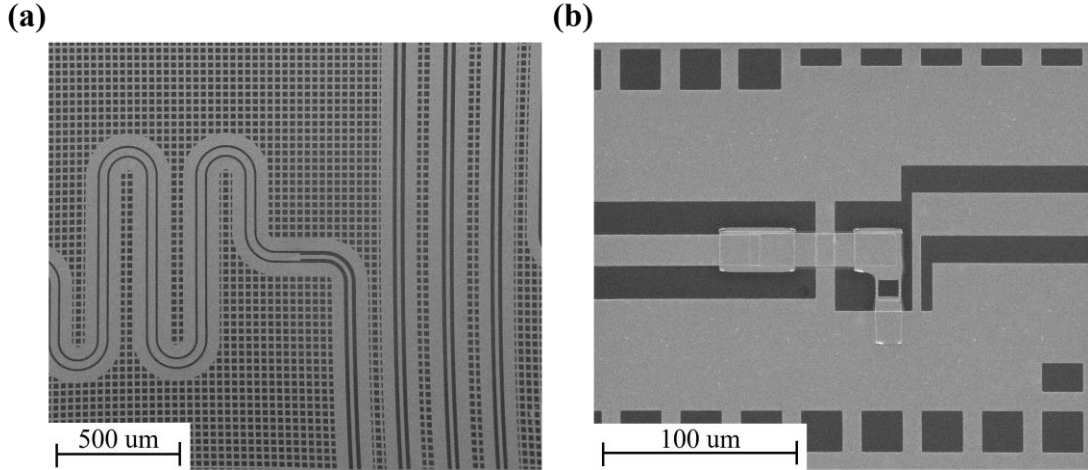


图 3.5.2 J-IMPA 的 SEM 电镜照片。其中 (a) 是阻抗变换线结构, 由于第一段为信号引入段, 因此没有给出, 图中的结构从左到右分别为四分之一波长传输线以及二分之一波长传输线; (b) J-Amp 结构, 其中电容结构为 Al-AlOx-Al 平行板电容器, AlOx 氧化层为第一层铝膜在纯氧干燥腔体中原位氧化 12h 制备出来。

我们设计的 J-IMPA 分为两部分, 阻抗变换线以及 SQUID+并联结构的普通 J-Amp, 见图 3.5.2。与引文[36]不同的是, 我们将这两种结构共同做在芯片上。其中后者我们已经制备过多批次, 工艺较为成熟。前者的参数需要细致地设计, 才能达到与后者兼容的最佳效果。在这里我们主要参考的是引文[36]提供的基本思路。

引文[36]基于一倍频 signal-pump 的工作模式展开分析, 首先给出了通用的 J-Amp 的增益公式:

$$G(\omega) = |1 - \kappa_1 \chi_{11}(\omega)|^2 \quad (3.5.1)$$

该公式中 κ_1 与 $\chi_{11}(\omega)$ 均为与 pump 以及外环境相关的系统耗散与增益因子, $\omega = \omega_s - \omega_{pump}$ 为信号相对于 pump 的 detuning。令 $\omega = 0$, 在 pump 功率 P_p 达到 optimal 值时我们得到

$$G_{max} = 1 + \frac{1}{3(1+7\beta^2-4\beta\sqrt{1+3\beta^2})} \quad (3.5.2)$$

其中

$$\beta = \frac{2(\omega_{J-Amp} - \omega_{pump})}{\sqrt{3}\kappa_0} > 0 \quad (3.5.3)$$

$$\omega_{J-Amp} = \sqrt{\frac{1}{L_{J-Amp}C_{J-Amp}}} \quad (3.5.4)$$

$$Z_{J-Amp} = \sqrt{\frac{L_{J-Amp}}{C_{J-Amp}}} \quad (3.5.5)$$

$$\kappa_0 = \frac{\omega_{J-Amp}Z_{J-Amp}}{R_{in}} = \frac{1}{C_{J-Amp}R_{in}} \quad (3.5.6)$$

以上公式中 ω_{pump} 为 pump 的频率， ω_{J-Amp} 为工作状态下 J-Amp 结构的 plasma 振荡频率， κ_0 为 J-Amp 结构的端口耗散。如果环境的输入阻抗为与输入信号频率无关的纯实数 R_{in} ，从公式 (3.5.1) 很容易得到正常情况下 J-Amp 的增益带宽

$$\Gamma_{BW} \approx \kappa_0 \left(\frac{1}{G_{max}} \right)^{1/2} \quad (3.5.7)$$

可见只要增益过大，增益带宽会迅速收缩，这也就是 J-Amp 普遍增益带宽很低的原因。

但是，如果我们在 J-Amp 端口额外接了一段阻抗变换线，使得环境输入阻抗具有一个额外的虚部项：

$$Z_{in}(\omega) = R_{in} + j \frac{Z_{auw}}{\omega_{aux}} \omega \quad (3.5.8)$$

其中 ω_{aux} 即为阻抗变换线的频率， Z_{auw} 为在阻抗变换线贡献下，环境输入阻抗的虚部分量。只要该虚部分量满足以下关系式

$$Z_{auw} = \frac{\eta R_{in}^2}{Z_{J-Amp}} \quad (3.5.9)$$

$$\eta = \frac{\omega_{pump}}{\omega_{J-Amp}} \frac{1}{1 + \sqrt{2(1+3\beta^2 - 2\beta\sqrt{1+3\beta^2})}} \quad (3.5.10)$$

我们就可以在维持 G_{max} 不变的前提下，使得增益带宽变化为

$$\Gamma_{BW} \approx \kappa_0 \left(\frac{1}{G_{max}} \right)^{1/4} \quad (3.6.11)$$

相比于公式 (3.5.7)，公式 (3.5.11) 中增益带宽的收缩速度更慢，在 $G_{max} \sim 20 \text{ dB}$ 的典型增益下，增益带宽能够获得至少 3 倍以上的提升。以上即为引文[36]提供的 J-IMPA 的全部物理模型。

引文[36]仅提供了理论模型以及参数验证，但并未提及设计方法，事实上，J-IMPA 参数众多，分析起来非常复杂。我们自行整理了一套分析与设计 J-IMPA 参数的详细方法。从[36]中引申出以下思路：

1. 理想情况下，J-IMPA 的最大增益 G_{max} 仅和单一系数 β 相关；
2. 系数 β 和 J-Amp 频率 ω_{J-Amp} 与 pump 频率 ω_{pump} 的差值成正比关系，和 J-Amp 的耗散 κ_0 成反比关系；
3. 增益带宽 Γ_{BW} 和耗散 κ_0 成正比关系，和最大增益 G_{max} 成负指数相关关系；
4. 维持最大增益的前提下，进一步提高增益带宽的方法只有增加耗散 κ_0 ，同时

维持系数 β 不变;

5. 耗散 κ_0 与 J-Amp 的电容 C_{J-Amp} 呈反比关系, 同时与环境阻抗的实部 R_{in} 呈反比关系, 减小 C_{J-Amp} 以及 R_{in} 均能有效地增大耗散 κ_0 ;
6. 为了抑制 J-AMP 中的 charge noise, C_{J-Amp} 不可能无限制做小, 此时只能通过减小 R_{in} 来提高增益带宽;
7. 在降低环境阻抗实部 R_{in} 以后, 耗散 κ_0 随之增大, 为了维持最大增益, 必须增大 J-Amp 频率 ω_{J-Amp} 与 pump 频率 ω_{pump} 的差值以维持系数 β 不变;
8. J-Amp 的实际增益是以 pump 频率 ω_{pump} 为中心分布的, 为了维持增益区间不漂移, 只能增大 J-Amp 频率 ω_{J-Amp} ;
9. J-Amp 频率 ω_{J-Amp} 改变后, J-Amp 的电容 C_{J-Amp} 以及特征阻抗 Z_{J-Amp} 也随之变化;
10. 为了实现从 J-Amp 到 J-IMPA 的过渡, 我们在修饰环境阻抗实部 R_{in} 的同时, 还需要引入虚部分量, 只要环境阻抗的虚部分量满足公式(3.5.9), 则 J-IMPA 的增益带宽 Γ_{BW} 可以在 G_{max} 不改变的前提下, 从公式(3.5.7)升级为(3.5.11);
11. 由四分之一波长传输线+二分之一波长传输线组合构成的阻抗变换线, 刚好能够独立地调节环节阻抗的实部以及虚部分量。

在以上思路中, 1-8 都是在单独设计 J-Amp 部分, 9-11 才是设计阻抗变换线部分。因而整体结构是可以分开设计的。J-Amp 的结构设计与加工工艺主要由薛光明老师以及我的师妹段鹏、张驰负责, 在本博士论文中我不描述; 阻抗变换线的设计和 3.4.1 节应用于 Purcell filter 的阻抗变换线不同, 在此是三段式的结构, 第一段为 50Ω 的信号引入段, 提供了输入信号的平滑阻抗过渡以消除因 bonding 引起的阻抗波动; 第二段为四分之一波长传输线, 第三段为半波长传输线, 最终连接至 J-Amp 结构。由于信号引入段将环境阻抗匹配至标准的 50Ω , 我们可以忽略这一段的贡献。

由传输线理论, 对于一段阻抗为 Z_0 , 长度为 l , 通过纯电阻负载 R 接地的传输线, 其输入阻抗 Z_{in} 满足:

$$Z_{in} = Z_0 \frac{R + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jR \tan(\beta l)} = \frac{Z_0^2 R (1 + [\tan(\beta l)]^2)}{Z_0^2 + R^2 [\tan(\beta l)]^2} + j \frac{Z_0 (Z_0^2 - R^2) \tan(\beta l)}{Z_0^2 + R^2 [\tan(\beta l)]^2} \quad (3.5.12)$$

其中 $l = k\lambda_\Omega = k \frac{2\pi c}{\Omega}$, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda_s} = \frac{\omega_s}{c} = \frac{\omega + \Omega}{c}$, Ω 为这段传输线的设计频率, $\omega = \omega_s - \Omega$ 为输入信号频率与传输线设计频率的 detuning。如果该段传输线被设计为四分之一波长传输线, 则 $k = \frac{1}{4}$, 当 $\omega \rightarrow 0$ 时我们有 $\tan(\beta l) |_{\omega \rightarrow 0} = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi\omega}{2\Omega}\right) |_{\omega \rightarrow 0} \approx -\frac{2\Omega}{\pi\omega}$; 如果该段传输线被设计为半波长传输线, 则 $k = \frac{1}{2}$, 当 $\omega \rightarrow 0$ 时我们有 $\tan(\beta l) |_{\omega \rightarrow 0} = \tan\left(\pi + \frac{\pi\omega}{2\Omega}\right) |_{\omega \rightarrow 0} \approx \frac{\pi\omega}{\Omega}$ 。

综上,对于应用在 J-IMPA 的阻抗变换线,其模型相当于对于一段阻抗为 $Z_{\frac{\lambda}{2}}$,长度为 $\frac{\lambda\Omega}{2}$ 的半波长传输线,通过一段阻抗为 $Z_{\frac{\lambda}{4}}$,长度为 $\frac{\lambda\Omega}{4}$ 的四分之一波长传输线,最后经过标准环境阻抗 $R = 50\Omega$ 接地。我们依次求出当 $\omega \rightarrow 0$ 时

$$\begin{aligned}
 Z_{in,\frac{\lambda}{4}}|_{\omega \rightarrow 0} &= \left\{ \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2 R \left(1 + \left[\tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{4} \right) \right]^2 \right)}{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2 + R^2 \left[\tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{4} \right) \right]^2} + j \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}} \left(Z_{\frac{\lambda}{4}}^2 - R^2 \right) \tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{4} \right)}{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2 + R^2 \left[\tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{4} \right) \right]^2} \right\} |_{\omega \rightarrow 0} \\
 &\approx \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2}{R} + j Z_{\frac{\lambda}{4}} \left(1 - \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2}{R^2} \right) \frac{\pi\omega}{2\Omega} \quad (3.5.13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_{in,\frac{\lambda}{2}}|_{\omega \rightarrow 0} &= \left\{ \frac{Z_{\frac{\lambda}{2}}^2 Z_{in,\frac{\lambda}{4}} \left(1 + \left[\tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{2} \right) \right]^2 \right)}{Z_{\frac{\lambda}{2}}^2 + Z_{in,\frac{\lambda}{4}}^2 \left[\tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{2} \right) \right]^2} + j \frac{Z_{\frac{\lambda}{2}} \left(Z_{\frac{\lambda}{2}}^2 - Z_{in,\frac{\lambda}{4}}^2 \right) \tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{2} \right)}{Z_{\frac{\lambda}{2}}^2 + Z_{in,\frac{\lambda}{4}}^2 \left[\tan \left(\beta \frac{\lambda\Omega}{2} \right) \right]^2} \right\} |_{\omega \rightarrow 0} \\
 &\approx \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2}{R} + j Z_{\frac{\lambda}{4}} \left(1 - \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}}^2}{R^2} \right) \frac{\pi\omega}{2\Omega} + j Z_{\frac{\lambda}{2}} \left(1 - \frac{Z_{\frac{\lambda}{4}}^4}{R^2 Z_{\frac{\lambda}{2}}^2} \right) \frac{\pi\omega}{\Omega} \\
 &= R_{in} + j \frac{Z_{auw}}{\Omega} \omega \quad (3.5.14)
 \end{aligned}$$

由此可见, J-IMPA 所需环境阻抗实部可以完全通过设计四分之一波长传输线的阻抗参数实现,随后再设计半波长传输线的阻抗参数,即可实现 J-IMPA 所需环境阻抗虚部的设计。要特别注意的是,公式(3.5.14)中给出的 ω 是输入信号频率 ω_s 与阻抗变换线设计频率 $\omega_{aux} = \Omega$ 的 detuning,而公式(3.5.1) - (3.5.8)给出的 ω 是输入信号频率 ω_{aux} 与 pump 频率 ω_{pump} 的 detuning。因此为了阻抗变换线与 J-Amp 结构的兼容,需要使

$$\omega_{aux} = \omega_{pump} \quad (3.5.15)$$

最后给出 J-IMPA 的完整设计流程:

1. 根据应用场景设定 G_{max} 以及 Γ_{BW} 的下限阈值,将 ω_{pump} 设在应用场景的频段中心处,假定公式(3.5.15)满足,同时给出 ω_{J-Amp} 设计值,在我们的芯片设计中,qubit 读取腔频段为 6.35-6.6 GHz,因而我们设定工作模式中心为 $\omega_{pump} \sim 6.5 \text{ GHz}$;
2. 在 1 的基础上,给出一组 $(C_{J-Amp}, Z_{\frac{\lambda}{2}})$,这样公式(3.5.9)变成了 $Z_{\frac{\lambda}{4}}$ 的单参数方程式,筛选出 $Z_{\frac{\lambda}{4}}$ 有实数解的 $(C_{J-Amp}, Z_{\frac{\lambda}{2}})$ 参数范围(注:并不是所有情况

- 下 $Z_{\lambda/4}$ 均有解);
3. 修正公式 (3.5.9) 为 $Z_{auw} = (1 \pm 0.02) \frac{\eta R_{in}^2}{Z_{J-Amp}}$, 即考虑到 2% 的参数波动容忍度, 给出每一组 $(C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2})$ 所对应的 $Z_{\lambda/4}$ 的范围;
 4. 根据实际加工精度, 给出 $(C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2}, Z_{\lambda/4})$ 各自的波动范围, 将参数区间缩小到哪怕 $(C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2})$ 因参数波动, 公式 (3.5.9) 都有 $Z_{\lambda/4}$ 的实数解, 并且在 $Z_{\lambda/4}$ 的波动范围内, $Z_{auw} = (1 \pm 0.02) \frac{\eta R_{in}^2}{Z_{J-Amp}}$ 都能满足的每一组中心参数 $(C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2}, Z_{\lambda/4})$;
 5. 如果到了 4, 已经没有任何一组合适的参数, 则需要改进加工工艺, 提高加工精度, 确保设计能够实现;
 6. 在 4 的基础上, 基于每一组可行的 $(C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2}, Z_{\lambda/4})$, 以及其波动范围, 同时基于 ω_{aux} 的波动范围并假定 $\omega_{aux} = \omega_{pump}$ 依然成立, 给出 $Z_{auw} = (1 \pm 0.02) \frac{\eta R_{in}^2}{Z_{J-Amp}}$ 都能满足的 ω_{J-Amp} 的范围, 特别是要确定其最大值;
 7. 基于 C_{J-Amp} 以及其波动范围, 基于 ω_{J-Amp} 的最大值, 给出 J-Amp 的完整设计参数, 尤其是设计 SQUID 的参数, 确保能够达到所需的 ω_{J-Amp} 的最大值;
 8. 计算出 G_{max} 以及 Γ_{BW} , 并求解 $G(\omega)$ 加以验证;
 9. 筛选出达到 1 所给 G_{max} 以及 Γ_{BW} 下限阈值的 $(\omega_{aux}, \omega_{pump}, \omega_{J-Amp}, C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2}, Z_{\lambda/4})$ 参数区间;
 10. 如果到了 9, 我们失去了所有的参数范围, 则需要改进加工工艺, 提高加工精度, 确保设计能够实现;
 11. 最后, 根据 $(\omega_{aux}, \omega_{pump}, \omega_{J-Amp}, C_{J-Amp}, Z_{\lambda/2}, Z_{\lambda/4})$ 的剩余可行区间, 给出达到 G_{max} 所需的 optimal 的 pump 功率 P_p , 原则上所需的 P_p 越小越好;
 12. 根据 pump 施加后对应到 SQUID 上的实际等效电流, 对比 7 所设计的 SQUID 的参数尤其是其临界电流的数值, 如果超过临界电流则参数无效, 因而再次缩小参数区间;
 13. 同样地, 通过结构设计与加工工艺的改进, 确保到了 12 依然有可行的设计参数;

14. 在最终的参数区间中，选取最优的参数，针对性地设计 J-IMPAs 的结构，设计稳定可控的工艺参数，实现 J-IMPAs 的加工。

最后，我要感谢我的师弟段鹏在改进计算增益参数的 matlab 代码以及讨论设计方案上提出的非常宝贵的意见。

3.5.3 J-IMPAs 的调试流程与测试效果

J-IMPAs 的调试流程如下：

1. 在磁通调节线上施加磁通调制，观察随调制电压 V_{flux} 周期性变化的 ω_{J-Amp} 曲线；
2. 将 ω_{J-Amp} 调制设定范围附近，通常是 8GHz 以上，将 ω_{pump} 设定在应用场景中心（当前版本的设计值为 6.5GHz），使用网络分析仪对比 pump 开启和关闭时 ω_{pump} 附近极小区间的 $|S_{21}|$ 变化，从而得到 $G(\omega = 0)$ ；
3. 改变 pump 功率 P_p 以及 ω_{J-Amp} ，得到 $G(\omega = 0)$ 的变化曲线，在图中标记出 G_{max} 对应的 P_p 以及 ω_{J-Amp} ；
4. 在 G_{max} 达到增益阈值（目前设定的是 10 dB）的参数区间，测量以 ω_{pump} 为中心，大范围频段内的增益曲线，获得 Γ_{BW} 随 P_p 以及 ω_{J-Amp} 的变化曲线；
5. 在 G_{max} 以及 Γ_{BW} （阈值为 300MHz）均达到阈值的参数区间中，微调 ω_{pump} ，研究是否有进一步改进空间；
6. 表征每一组参数对应的信号饱和功率 $P_{saturation}$ 以及 J-IMPAs 的噪声温度 T_{noise} 随 ω_s 的变化曲线，综合实际情况选择工作点，原则上工作点的信号饱和功率最高，噪声温度最低。

基于以上测试流程，我们测试了大量 J-IMPAs 的样品，其中典型的测试数据见图 3.5.3。设定好 ω_{J-Amp} 后，我们改变 pump 功率 P_p ，得到 6-7 GHz 频段内的增益数据 $G(f_s)$ ，见图 3.5.3 (a)，其中低于阈值 10 dB 的所有数值点均被置零（浅蓝色区域）。我们稳定地获得了以 6.48 GHz 为增益中心、400 MHz 增益范围内至少 10 dB 的增益效果，其中 G_{max} 达到了 18 dB，对应的 optimal pump 功率为 $P_p = -54$ dBm。将 P_p 设定在该数值后，我们改变 signal 功率 P_s ，对应得到 $G(f_s)$ 的变化曲线见图 3.5.3 (b)。从图中我们即可获得该工作点下 J-IMPAs 的饱和功率 $P_{saturation}$ 。饱和功率定义为，在增大信号功率的过程中，信号增益由原来最大增益 G_{max} 降低了 1 dB 时所对应的信号功率 P_s 。该样品的平均饱和功率 $P_{saturation} \sim -105$ dBm。在同一工作点下，我们表征了 J-IMPAs 的噪声温度，见图 3.5.3 (c)。由于参数采集表征的过程中存在 3 dB 左右的误差，噪声温度在 200-400 mK 内浮动，平均噪声温度 $T_{noise} \sim 300$ mK，基本上达到了量子真空涨落的噪声极限。

我们使用如下公式计算 J-IMPA 的噪声温度：

$$T_{J-IMPA} \approx \frac{Y-1}{G_{J-IMPA}G_iG_c} T_{HEMT} \quad (3.5.16)$$

以上公式中， $Y = \frac{S_{ON}}{S_{OFF}}$ 为 pump on 以及 pump off 两种状态下，频谱仪在室温端所采集到的噪声功率谱密度的幅度差。此时我们没有给 J-IMPA 提供输入信号，因而频谱仪测到的是真空噪声涨落+J-IMPA 的附带噪声经过了后级放大器线路的幅度，在 pump on 状态下，真空噪声涨落+J-IMPA 的附带噪声被同时放大，而 pump off 状态下，只有真空噪声涨落直接进入后级放大器线路。 G_{J-IMPA} 为此刻 J-IMPA 的增益； G_i 以及 G_c 分别是放大器到 HEMT 之间高频电缆以及环形器的插损，因而数值都是小于 1 的。 T_{HEMT} 是 HEMT 的噪声温度。我们同样使用网络分析仪表征了 G_i 以及 G_c ，并且得到 $G_iG_c = 0.66 \pm 0.06$ ；由于 HEMT 与 PT2 具有良好热接触，尽管我们的 LNF-LNC4_8C 具有 2.1K 的典型噪声温度，在此我们只能取 PT2 的温度 3.4K 作为 HEMT 的实际噪声温度。代入数据以及以上参数，我们就得到了在任意工作点下 J-IMPA 的噪声温度曲线。见图 3.5.3 (c)。

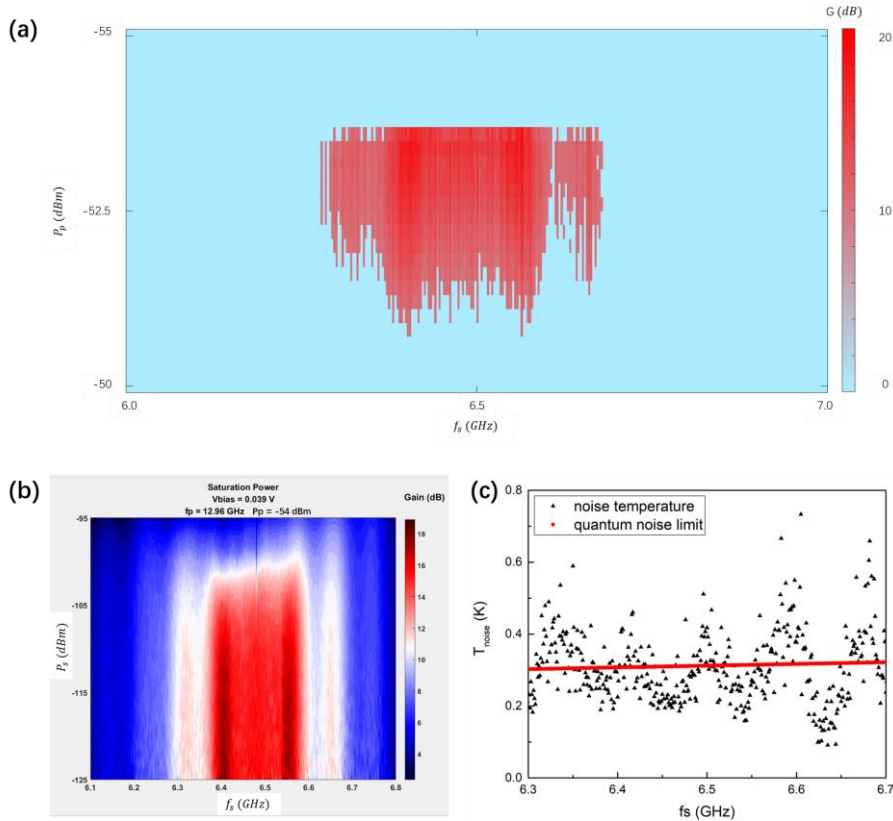


图 3.5.3 J-IMPA 的测试数据。(a) 为一组外参数下的 $G(f_s)$ 随 pump 功率 P_p 的变化图；(b) 为在图 (a) 对应 G_{max} 的 P_p 下， $G(f_s)$ 随信号功率 P_s 的变化图；(c) 为同一参数条件下的 J-IMPA 噪声温度原始数据（黑色三角形点）以及量子噪声极限曲线（红色曲线）。

此外还有一个小技巧，我们采集的噪声功率谱密度的采集方法如下，由于采样点数稀疏，我们以每个采样点频率为中心使用 1Hz 的 RBW 采集了 1kHz 带宽范围内的噪声功率谱数据，然后整体平均，作为该采样点的噪声功率谱密度的数据记录下来。这样能够进一步提高数据的准确性。

在我们大量的测试结果中，我们已经能够在设计的中心频率附近，实现 8-20 dB 的峰值增益，3 dB 增益带宽 100-500 MHz，饱和功率-105 dBm 至-125 dBm，噪声温度 300-400 mK。我们制备的 J-IMPA 已经能够用于对 1 至 6 个 qubit 的读取信号的同时放大，解决了 qubit 高效率读取与降低对 qubit 退相干影响无法同时实现这个两难权衡的问题。

当前最重要问题是 J-Amp 的电容工艺稳定性很差，导致其阻抗 Z_{J-Amp} 不稳定，影响了公式 (3.5.8) 的实现。今后我们会进一步改进结构设计以及加工工艺，尤其是电容结构的制备工艺，以获得更稳定的 J-IMPA 器件。

3.5.4 J-IMPA 的 flux-pump 工作模式研究

在以上内容中，我们研究了以 ω_p 为增益中心，在一倍频 signal-pump 工作模式下的增益性质，对应非线性光学中的四波混频相互作用模式。事实上，J-Amp 支持各种各样的增益模式[42]。类比普通 J-Amp 的用法，我们还研究了 J-IMPA 在二倍频 flux-pump 模式下的性质。对应的测试电路见图 3.5.4。

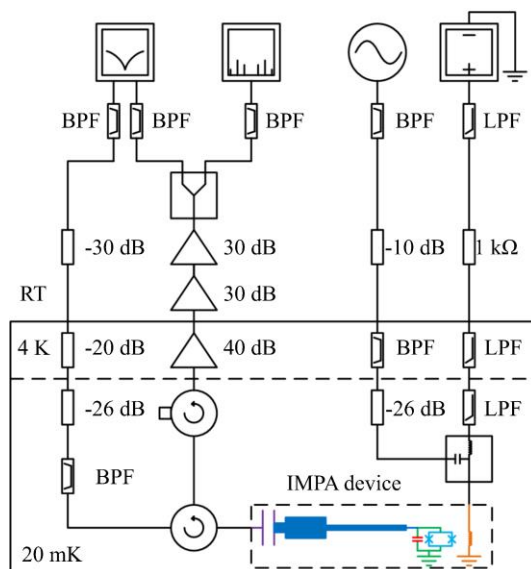


图 3.5.4 flux-pump 工作模式下 J-IMPA 的测试电路。

我们选择了一块 J-IMPA 样品，并将其放置在 Triton 400 中，它的 mc 层能达到 20mK 左右的 base 温度。与量子芯片使用传输线或者 Purcell filter 这种信号双端传输方式不一样的是，J-IMPA 是一个单端口器件，信号会原路返回输出。为

了隔离进入器件端口的输入输出信号，我们需要在端口加一个环形器。其余部分基本上和第 3.3.1 节的低温测控系统搭建方式一致。其中 signal in 线路和 qubit 读取腔的 readout in 线路相似，signal out 线路和 readout out 线路很像；在磁通调制线上，我们同时施加 flux offset 以及 pump，因而使用了 Bias-Tee 来合成；pump 线路和 qubit XY-control 线路基本一致。由于我们需要测试 J-Amp 在较大信号下的性能以表征其饱和功率，因而 signal in 线路不需要加重衰减，我们在 mc 层只加了 26dB 衰减。室温线路中，我们使用了一台网络分析仪 Agilent E5071C，一台频谱仪 Agilent N9030B，一台微波源 Agilent E8257D 以及一台直流电压源 Agilent 33652A。

我们使用了一般 J-Amp 的测试流程。首先还是表征放大器的磁通调制性质，见图 3.5.5。我们通过测量信号经过放大器的 $|S_{11}|$ 响应随 V_{flux} 的变化关系，可以得到 ω_{J-Amp} 的调制范围 4.5-8.5 GHz、调制周期 ~ 0.1 mA 等基本性质。除此之外，我们发现整体调制谱上存在五重简并周期现象，这个性质在我们前期制备的 J-IMPA 中普遍存在。我们认为主要原因是与阻抗变换线的非正常耦合以及 SQUID 区域附近的寄生电容导致，因而通过工艺改进，现在我们已不会看到五重简并现象。

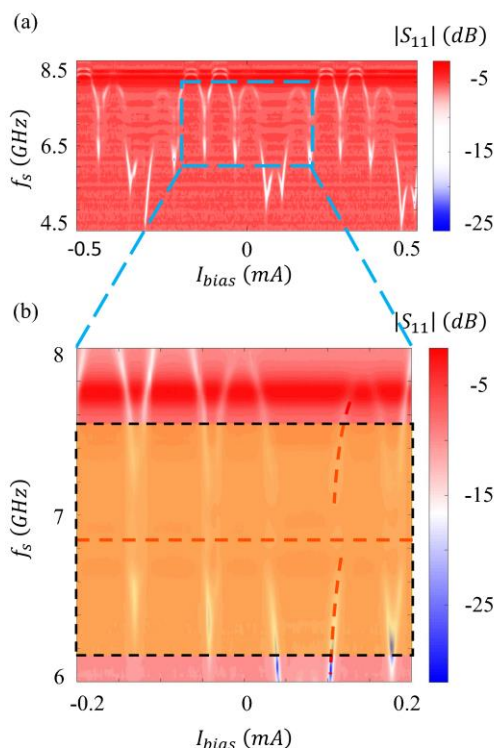


图 3.5.5 (a) 当 $P_s = -120\text{dBm}$ 时 J-IMPA 的磁通调制性质；(b) 图 (a) 中蓝色虚线框内区域的细扫。

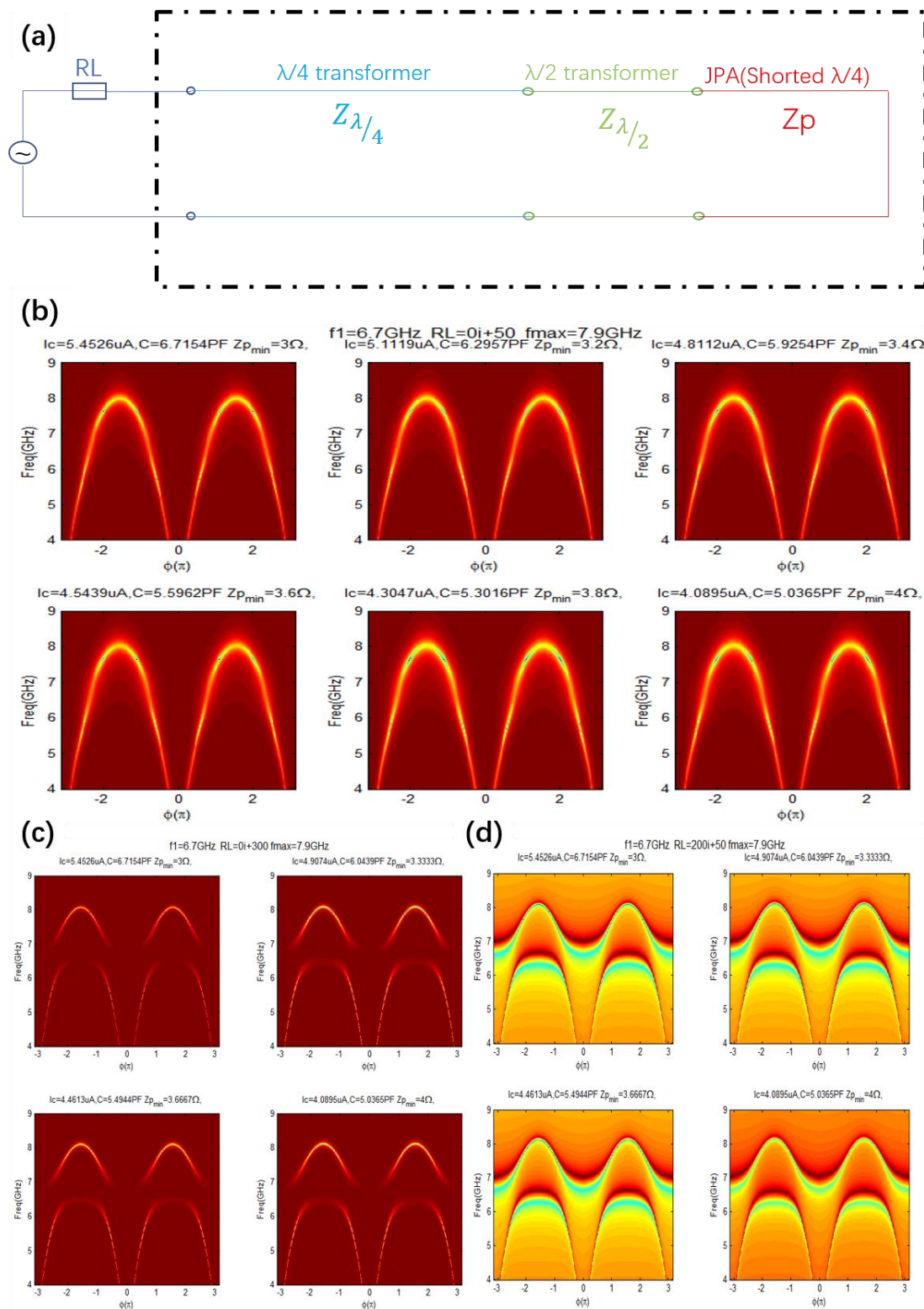


图 3.5.6 (a) J-IMPACT 在具有原始环境输入阻抗 R_L 下的模型， R_L 由 wire-bonding 信号引出方式产生；(b) 为当 $R_L \equiv 50 \Omega$ 时，不同 J-Amp 实验参数下的仿真磁通调制谱；(c) 当 $R_L = 300 \Omega$ 时，不同 J-Amp 实验参数下的仿真磁通调制谱；(d) 当 $R_L \equiv 50 + 200j \Omega$ 时，不同 J-Amp 实验参数下的仿真磁通调制谱。

除了五重简并以外，我们发现 ω_{J-Amp} 的调制谱发生了劈裂，劈裂中心在 6.85

GHz，而这刚好对应着当时阻抗变换线的设计频率，因而我们认为这也是由于与阻抗变换线的非正常耦合造成的。在后续的测试中我们发现，劈裂会严重影响放大器的增益性能。我们通过建立电路模型进行仿真运算，见图 3.5.6。从图 3.5.6 中我们可以看出，在我们的 J-IMPA 设计结构下，只要原始环境的输入阻抗 R_L 高度不匹配，则 ω_{J-Amp} 的调制谱就会发生劈裂。考虑到 wire-bonding 对 R_L 的贡献为使其虚部增大，我们进一步细化仿真参数，发现只要输入阻抗 R_L 虚部的等效电感大于 1 nH 时就一定会使调制谱劈裂。而 wire-bonding 每根线的电感大约为 1nH/mm，通常会使用 3-5 根线连接，因而一定会劈裂。

解决劈裂的方法是使得信号引入的方式不存在明显的虚部，我们自然想到，利用立体封装技术中的弹簧针引入信号方式替代 wire-bonding 来改进结构，这样我们可以在不调整整体设计结构的前提下改善放大器的性能。这一技术将在 3.6 节详细讲述。我们研究了弹簧针构成的同轴结构在与信号 pad 连接时的端口阻抗，见图 3.5.7。我们发现，同轴结构所引入的阻抗为 $(49.9 \pm 0.05) + j(-0.0318 \pm 0.0004)$ Ω ，尤其是其虚部幅度等效电感 < 1 pF，可以忽略。尽管我们现在大部分的测试实验中依然使用 wire-bonding 实现信号引出，但是我们建议，在以后所有的芯片 bonding 中，都使用弹簧针同轴结构替代落后的 wire-bonding 技术。

	Freq [GHz]	re(Zo(1)) Setup1 : Sweep	im(Zo(1)) Setup1 : Sweep
1	6.400000	49.939859	-0.032299
2	6.410000	49.939815	-0.032254
3	6.420000	49.939770	-0.032210
4	6.430000	49.939725	-0.032165
5	6.440000	49.939681	-0.032121
6	6.450000	49.939637	-0.032077
7	6.460000	49.939592	-0.032033
8	6.470000	49.939548	-0.031989
9	6.480000	49.939504	-0.031945
10	6.490000	49.939460	-0.031901
11	6.500000	49.939416	-0.031857
12	6.510000	49.939372	-0.031814
13	6.520000	49.939329	-0.031770
14	6.530000	49.939285	-0.031727
15	6.540000	49.939242	-0.031683
16	6.550000	49.939198	-0.031640
17	6.560000	49.939155	-0.031597
18	6.570000	49.939112	-0.031554
19	6.580000	49.939069	-0.031511
20	6.590000	49.939026	-0.031468
21	6.600000	49.938983	-0.031426

图 3.5.7 6.4-6.6 GHz 频段内由弹簧针构成的同轴信号引入结构的接触阻抗仿真数据。

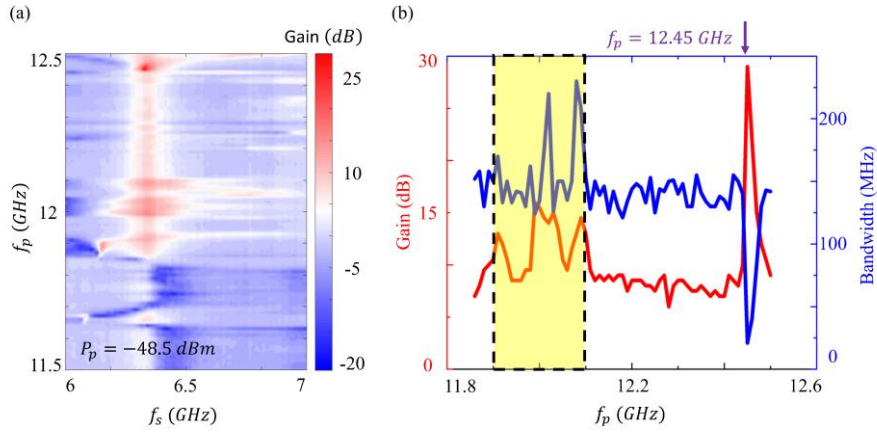


图 3.5.8 (a) $f_{J-Amp} \approx 6.23 \text{ GHz}$ 时放大器在 flux-pump 模式下的增益性质。我们设定到样品的 pump 功率为 $P_p = -48.5 \text{ dBm}$ ，然后在 $11.5\text{--}12.5 \text{ GHz}$ 范围内扫描 f_p ；(b) 从 (a) 图中提取出的增益/增益带宽随 f_p 的变化关系，我们发现，在标黄区域内，当 $f_p \sim 11.9 - 12.1 \text{ GHz}$ 时，放大器的增益以及增益带宽得到了同时增强，除此以外， $f_p = 12.45 \text{ GHz} \approx 2f_{J-Amp}$ 时，具有尖峰增益同时增益带宽锐减。

随后我们表征了这块样品在 flux-pump 模式下的增益性质。鉴于阻抗变换线引起的劈裂，我们避开了这段区域，设定 V_{flux} 使得 $f_{J-Amp} \approx 6.23 \text{ GHz}$ 。首先我们减弱网络分析仪的输出信号功率，使得进入放大器的信号功率 $P_s = -135 \text{ dBm}$ ，然后我们在磁通调制线上施加功率极大的 pump 信号。一般 flux-pump 的功率施加范围是 -40 dBm 至 -60 dBm [40]，频率范围是 $\sim 2f_{J-Amp}$ 。我们测量以 f_{J-Amp} 为中心， 2 GHz 频段内的增益性质，见图 3.5.8。我们发现，在一定的 f_p 范围内，我们能够获得增益，但是增益中心不随 f_p 变化，我们认为是来源于阻抗变换线的贡献。尽管此时公式 (3.5.9) 不满足，但是公式 (3.5.1) 已经得到修正，在一定程度上，增益、增益范围、增益带宽都有额外提升的空间。当 $f_p \sim 11.9 - 12.1 \text{ GHz}$ 时，放大器的增益以及增益带宽得到了同时增强，见图 3.5.8 (b)。而在其他区间内，增益以及增益带宽都基本上不变，表现为一个普通的 J-Amp。特别地，当 $f_p = 12.45 \text{ GHz} \approx 2f_{J-Amp}$ 时，我们获得了尖峰增益，最大增益值为 29 dB 。这个工作点为在 f_{J-Amp} 贡献下的三波混频工作模式。在该工作点，我们可以获得极佳的单点信号放大能力。

我们更大的兴趣是在 $f_p \sim 11.9 - 12.1 \text{ GHz}$ 这一段。我们设定 $f_p = 11.99 \text{ GHz}$ 后开始调节 pump 功率。得到的数据见图 3.5.9 (a)。我们发现增益曲线对 P_p 非常敏感，可见 $G(\omega)$ 是 P_p 的高度非线性函数。在从 -51 dBm 增大 P_p 的过程中，增益先从三波混频的尖峰增益（以 $\frac{f_p}{2}$ 为增益中心）逐渐过渡至平坦宽带增益，最后又

变成尖峰增益并慢慢消失。当 $P_p = -49 \text{ dBm}$ 时，我们得到了极大带宽以及极其平坦的增益曲线，见图 3.5.9 (a) 的红色曲线。该曲线对应 1.2 GHz 的 3 dB 增益带宽以及 5 dB 的峰值增益。这组数据是我们目前已知的国际上 J-IMPA 结构最大的增益带宽数据。我们在此工作点下分别测量了放大器的噪声温度以及饱和功率，见图 3.5.9 (b) 与 (c)。从图中我们可以看出，在 6.4 GHz 以前，放大器具有较高的噪声温度（最大 800mK）以及较低的饱和功率（最低-135 dBm），在 6.4 GHz 以后，噪声温度曲线基本上和量子噪声极限曲线重叠，饱和功率也达到稳定值-120 dBm。

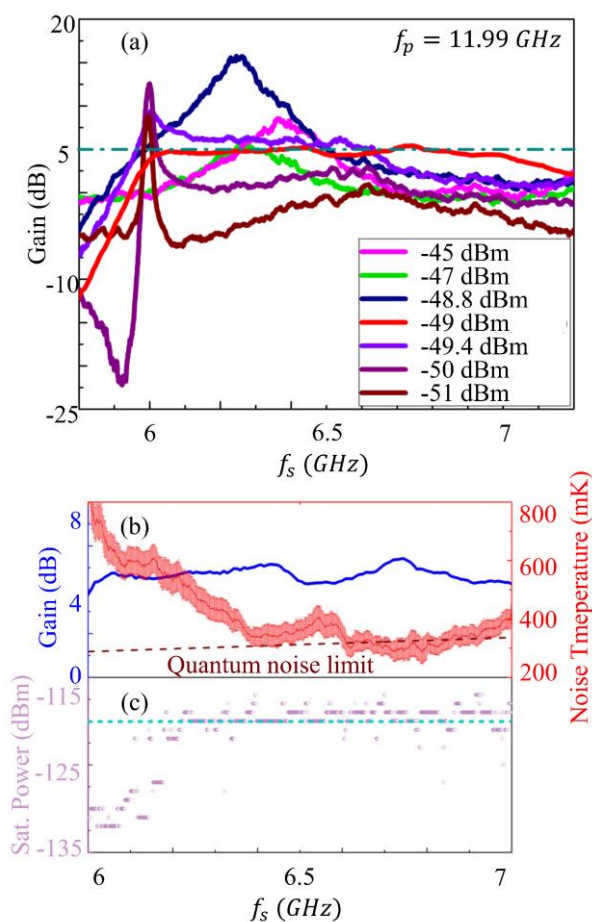


图 3.5.9 (a) 当 $f_p = 11.99 \text{ GHz}$ 时改变 pump 功率，所得到的 J-IMPA 增益曲线变化关系，特别是当 $P_p = -49 \text{ dBm}$ 时（红色曲线），我们得到了非常平坦的增益曲线，在 1.2 GHz 的 3 dB 带宽内有非常稳定的 5 dB 增益，5 dB 阈值用虚线标出；(b) $P_p = -49 \text{ dBm}$ 时对应的带 error-bar 的噪声温度曲线（红色曲线）与量子噪声极限曲线（褐色曲线）对比图，增益也画在同一张图中，见蓝色曲线；(c) $P_p = -49 \text{ dBm}$ 时对应的信号饱和功率曲线，浅蓝色虚线标出的是 -120 dBm 的阈值。

6.4 GHz 之前这一段的数据我们认为这是由于磁通调制线的设计缺陷导致的。磁通调制线与 SQUID 的互感过大，一方面导致 flux 调制周期短（仅 0.1 mA），

另一方面导致 SQUID 感受到的 flux noise 更大。从极大的 pump 引入的噪声被混入了放大器结构，而 6.4 GHz 之前这段，信号频率更加接近于 $\frac{f_p}{2}$ ，因而 pump 的噪声也更多地分别于该频段内，同被放大的信号一起输出，造成了噪声温度的增加以及饱和功率的下降。

综上，在 flux-pump 工作模式下，阻抗变换线依然能工作，并且不影响 $f_p \sim 2f_{J-Amp}$ 时 J-Amp 的原本工作模式。特别地，在极端工作参数下，我们能够获得最高 29dB 的增益与 1.2 GHz 的增益带宽。与国际上主流的 J-Amp 相比，我们的 J-IMPA 已经能够满足当前量子芯片测试的需求。以后我们也会进一步改进 J-IMPA 的设计，一方面进一步改善器件的工作性能，另一方面为半导体量子点体系、NEMS 体系等专门定制约瑟夫森量子参量放大器，以开发 J-Amp 在各种弱信号精密分析领域的应用。

3.5.5 J-IMPA 对读取信噪比的提高

J-IMPA 的应用对于 qubit 读取保真度有显著的提升效果。以典型的 high-power 读取方法[37]来说，由于本身读取信号功率较大，已经能达到 70-85%左右的读取保真度[37]。在 J-IMPA 应用下，读取保真度进一步得到提高，达到 87%以上，基本可用于实现 single shot readout，见图 3.5.10。

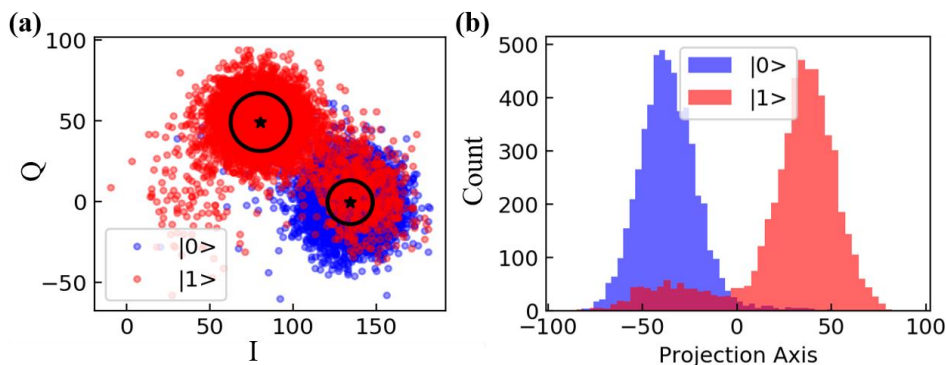


图 3.5.10 利用 J-IMPA 表征 high-power readout。在此感谢浙江大学王腾辉博士以及张贞兴博士在测试数据以及测量方法上提供的帮助。

我们将 J-IMPA 调至 29dB 极大增益的工作模式，接在 qubit 样品 readout out 线路上，对 qubit 进行重复读取测试。图 3.5.10 (a) 为做了 1 万次重复测量的统计数据，黑色五角星以及黑色圆圈分别代表理想的 $|0\rangle$ 态与 $|1\rangle$ 态位置，以及 1σ 的标准差；图 3.5.10 (b) 为图 3.5.10 (a) 沿着 $|0\rangle$ 态与 $|1\rangle$ 态中心位置连线所得到的切线统计图，基于该图设定阈值后，我们得到 $|0\rangle$ 态与 $|1\rangle$ 态的分别读取保真度为 0.972 与 0.877。 $|1\rangle$ 态保真度下降的主要原因在于读取脉冲过长 (0.5-1 μs)，与

qubit 相干时间相当，因而退相干导致了读取保真度的下降。后续可以继续优化 readout 参数以提高对于 $|1\rangle$ 态的读取保真度。

3.6 Qubit 芯片的立体封装方案

3.3 节我们介绍了 qubit 的基本封装。基本封装两大关键弊端是信号引入的方式为落后的 wire-bonding，以及无法做到消除封装引入的驻波模式和信号泄露串扰。吸取传统半导体行业的芯片封装经验，我们已经设计出第一代量子芯片的立体封装方案[38]-[48]，该方案与现有基本封装相比，能够在引入更多信号线路的同时维持极佳的信号隔离度，降低了线路以及芯片表面产生的信号串扰，抑制封装内部驻波模式对 qubit 的退相干影响，并且能对环境热、红外、磁场噪声提供更直接的屏蔽效果。

3.6.1 立体封装设计思路

在早期量子芯片的测试中，信号通道数很少，往往都是将 quantum chip 贴附在 PCB 的中央，然后通过 wire-bonding 方式简易地将芯片上的通道极板引出连接到 PCB 上的信号引线，再将 quantum chip 与 PCB 一起放置在一个金属密封盒子中封装起来，盒子仅提供基本机械支撑、热接触以及热屏蔽保护，盒子外通过 SMA 等高频头将盒内 PCB 的引线引出，接入到制冷机的各类线路上。

随着芯片结构的改进和多比特技术的发展，在同样尺寸的芯片上信号通道密集数扩大了 5-10 倍，甚至有部分极板位于芯片中央。在 wire-bonding 的时候引线很容易交叉在一起造成直接串扰。就算没有交叉在一起，也会因为互感耦合导致信号的泄露，事实上，每根 1mm 左右的 wire-bonding 线就有 1nH 左右的自电感，后面我们会提到，这个 1nH 的接触电感会引起诸多负面效果。

此外，通道数越多，PCB 以及封装盒就越大，盒内空间增大使得空间驻波模式频率降低。当前一个致命的问题就是：在厘米级尺寸的封装盒内，空间驻波的基频是落在 1-10 GHz 内的，在极低温下封装盒自身会产生一个单模光场并与 qubit 相互作用，由于 Purcell effect 的影响抑制了 qubit 的相干时间。而在这样一个并不十分封闭的封装盒内空间，量子芯片本身运行时产生的信号泄露会大幅降低操作的保真度。以上种种限制都表明，在以后的 qubit 实验中，普通的封装方案必然要被淘汰，我们必须获得更适合集成的性能更好的量子芯片封装。

近年来，国际上给出了多种封装方案，比如使用 3D 量子插槽[40]，使用硅过孔[41], [46]，使用 flip-chip 技术[41]，使用精加工腔体[42]或者多层 PCB[43]。所有这些方案的思路就是，在信号引出方式上抛弃使用 wire-bonding 跨线连接同

一平面内两点的落后方式，而通过纵向第三个维度将 quantum chip 上的信号引出去。这一类方案被统称为立体封装。通过纵向引出信号，可以使得我们进一步利用芯片的空间，从而有可能在不扩大芯片尺寸的前提下容纳更多的 qubit。除了信号引出方式外，封装盒的结构与尺寸也相应调整，使得 quantum chip 周围的冗余空间尽可能压缩、分隔，以提高空间驻波模式，使其不与 qubit 产生相互作用，并屏蔽芯片上信号的泄露。

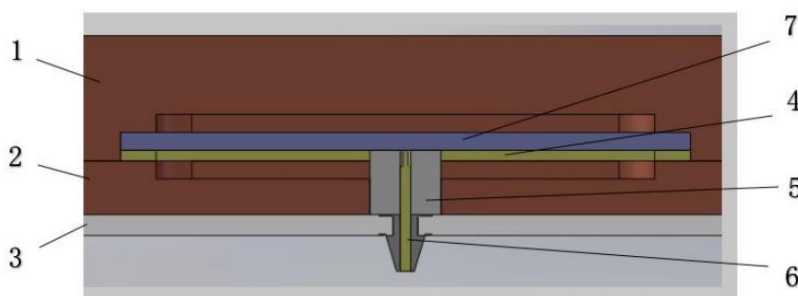


图 3.6.1 立体封装结构剖面图。图中 1——固定腔；2——对准腔；3——带热沉的 PCB 板；4——铜皮；5——聚四氟乙烯套；6——弹簧针；7——quantum chip。

我们在学习 IBM 立体封装[47]的基础上加以改进，形成了一套我们自己的立体封装方案。在信号的引出方式上，我们设计了一种包裹在聚四氟乙烯套中的弹簧针，将其按压在 quantum chip 的信号 pad 上，并垂直地连接至位于其正上方的 PCB 的对应引线 pad 上。弹簧针在此引线方式中的优势在于其可伸缩，因此很好地补偿了因热胀冷缩引起的尺寸变化；同时，四氟乙烯套与弹簧针的组合能够维持 50Ω 的标准接触阻抗，从而信号经由 PCB 上的引线进入 quantum chip 的各个通道时的失真更小。在封装方式上，我们使用多层组合的铜腔结构密封包裹 quantum chip，只在芯片上下方暴露出极小的空间，此外还由于受到弹簧针的纵向分隔，导致空间驻波模式被有效地挤压到 20 GHz 以上，不对 qubit 产生影响。铜腔结构中心开槽，其尺寸恰好能够放置 quantum chip 而不会左右晃动，我们也省去了粘附芯片的步骤，该步骤往往会导致地平面的不稳定；此外，在弹簧针的按压下，整体封装结构对 quantum chip 同时起到了固定以及机械缓冲的效果。在纵向方向上，组合顺序依次为：铜腔底座（即固定腔）——量子芯片——弹簧针组合结构——铜皮——对准腔——PCB——热沉，见图 3.6.1。除去 PCB 外围结构以外，整体封装尺寸仅为 $15.0\text{ mm} \times 15.0\text{ mm}$ ，比我们的量子芯片尺寸（ $8.0\text{ mm} \times 8.0\text{ mm}$ ）稍大。

该立体封装的方案是经过详细设计与仿真的。我们通过仿真信号在弹簧针、quantum chip、PCB 以及铜腔之间的传输性质，尤其是端口电压驻波比 VSWR，插入损耗，端口间隔离度以及潜在驻波模式，来学习与掌握弹簧针的自身阻抗，qubit 周围空间电磁场的分布，以及弹簧针与 quantum chip 和 PCB 的接触质量。

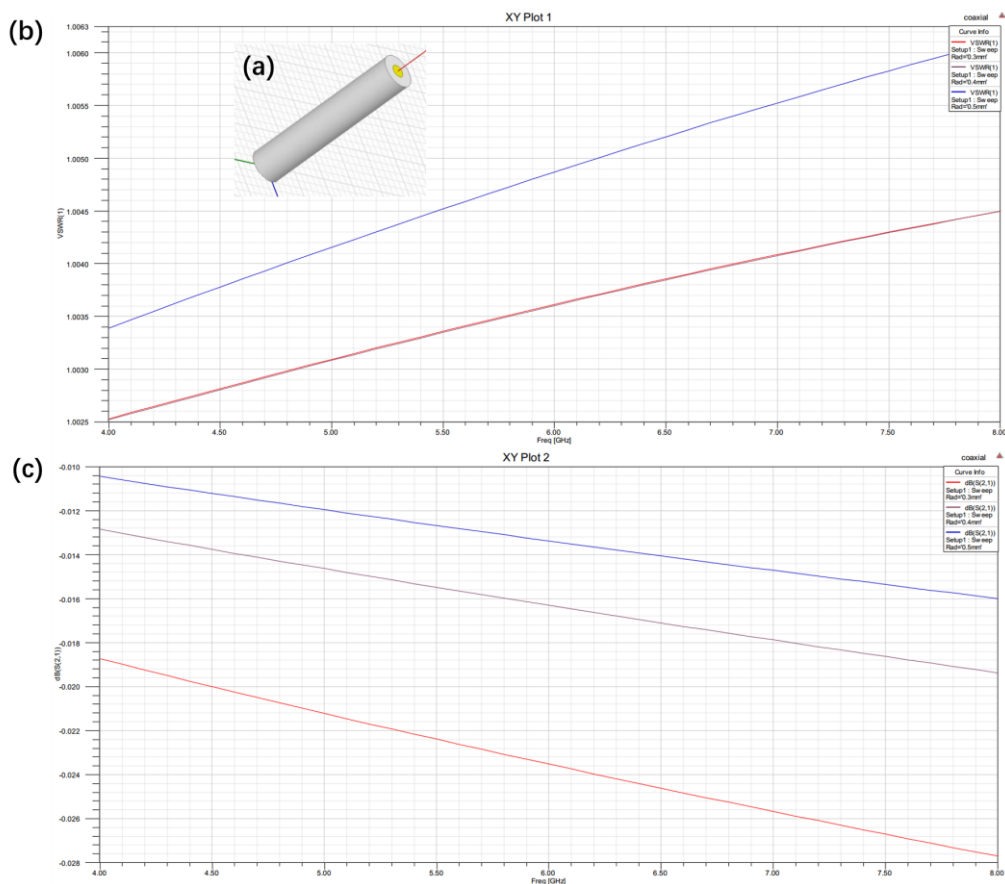


图 3.6.2 (a) 弹簧针与聚四氟乙烯套组合的 HFSS 模型，内层黄色为弹簧针；(b) 和 (c) 分别为在不同聚四氟乙烯套外径下的端口电压驻波比以及插入损耗仿真数据。红色，暗红色，蓝色曲线分别为聚四氟乙烯套外半径 0.3mm、0.4mm、0.5mm 对应的仿真结果。

(1) 铜腔、聚四氟乙烯套与弹簧针组成的同轴结构自仿真

Quantum chip 上的信号是由弹簧针引入的。在芯片的信号 pad 正上方，对准腔结构与铜皮均开有尺寸合适的孔，弹簧针与聚四氟乙烯套组合结构从孔中穿透，垂直按压到信号 pad 上。弹簧针——聚四氟乙烯套——对准腔构成了一个纵向的同轴结构，其中弹簧针组合结构的直径与对准腔的孔径一致，不留缝隙。在已知弹簧针直径为 0.31 mm 的前提下，聚四氟乙烯套的内径也被固定下来，我们只需相应地设计其外径与长度。

由于我们设计的 quantum chip 上信号通道的 pad 间距为 1.5 mm，考虑到机加厂的加工精度，聚四氟乙烯套的外径最大只能为 1 mm。再考虑到整体封装结构，聚四氟乙烯套的长度设计为 4 mm。利用 HFSS 软件，我们模拟了三种不同外径下信号经过弹簧针的 VSWR 以及插入损耗，见图 3.6.2。在图 3.6.2 所示三种参数下，弹簧针组合结构的 VSWR 在 4-8 GHz 频段内最大为 1.0063，总的插损则不到 0.03 dB，是给量子芯片提供信号的优质媒介，三种参数都是非常合适

的。最终我们选择 1mm 作为最终外径设计。

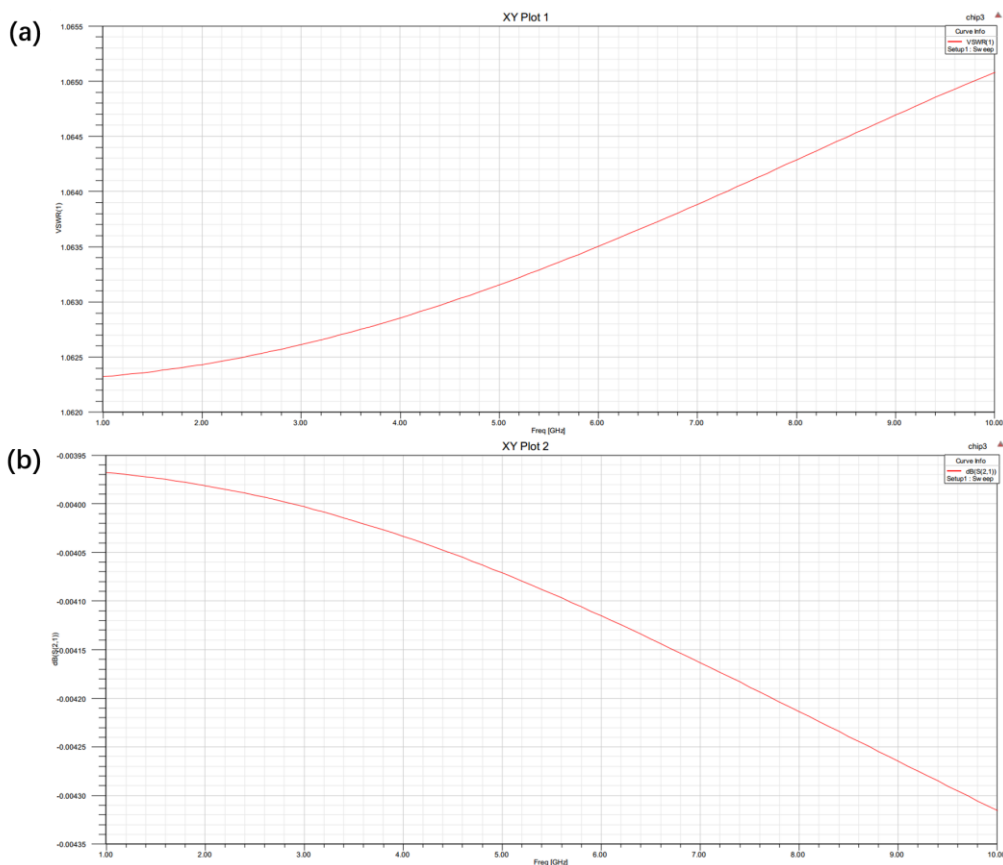


图 3.6.3 信号通过弹簧针到 quantum chip 上的信号 pad 的 (a) VSWR 与 (b) 插入损耗。

(2) 同轴结构到 Quantum chip 的连通性仿真

在 (1) 的基础上，引入一个具有一段传输线的量子芯片测试结构，芯片材料选取 0.5mm 厚的单晶硅，传输线线宽 10 μ m，与地平面间距 5 μ m。同时我们引入弹簧针的同轴结构，该结构按压在传输线的信号 pad 上，并且 pad 与实际 quantum chip 的信号 pad 一样大。但是弹簧针的针尖要比同轴结构稍长，在仿真中我们将该长度设计为 0.1mm 以研究其实际影响。在分离出同轴结构自身的 VSWR 和插入损耗影响后，连通性的仿真结果见图 3.6.3。可见弹簧针到信号 pad 的连通性非常好，VSWR 最大为 1.07，插损不到 0.005dB。

进一步地，我们使用更加详细的仿真模型来研究完整封装下同轴结构对 quantum chip 的影响。为了简化仿真模型，我们忽略了 qubit 部分的精细结构，只保留读取腔与传输线结构。出于便利，我们进一步将芯片上的信号 pad 设计为对称分布，这样可以减少仿真的工作量，当然在实际应用中也更加方便。芯片放置在固定腔的槽中，槽的尺寸与芯片一致；槽底额外设计了空槽，用于将空间驻波模式的频率挤压到 20GHz 以上；盖上铜皮与对准腔，再从对准腔的开孔中伸入弹簧针组合结构，压在芯片的信号 pad 上。仿真模型以及结果如图 3.6.4 所示。

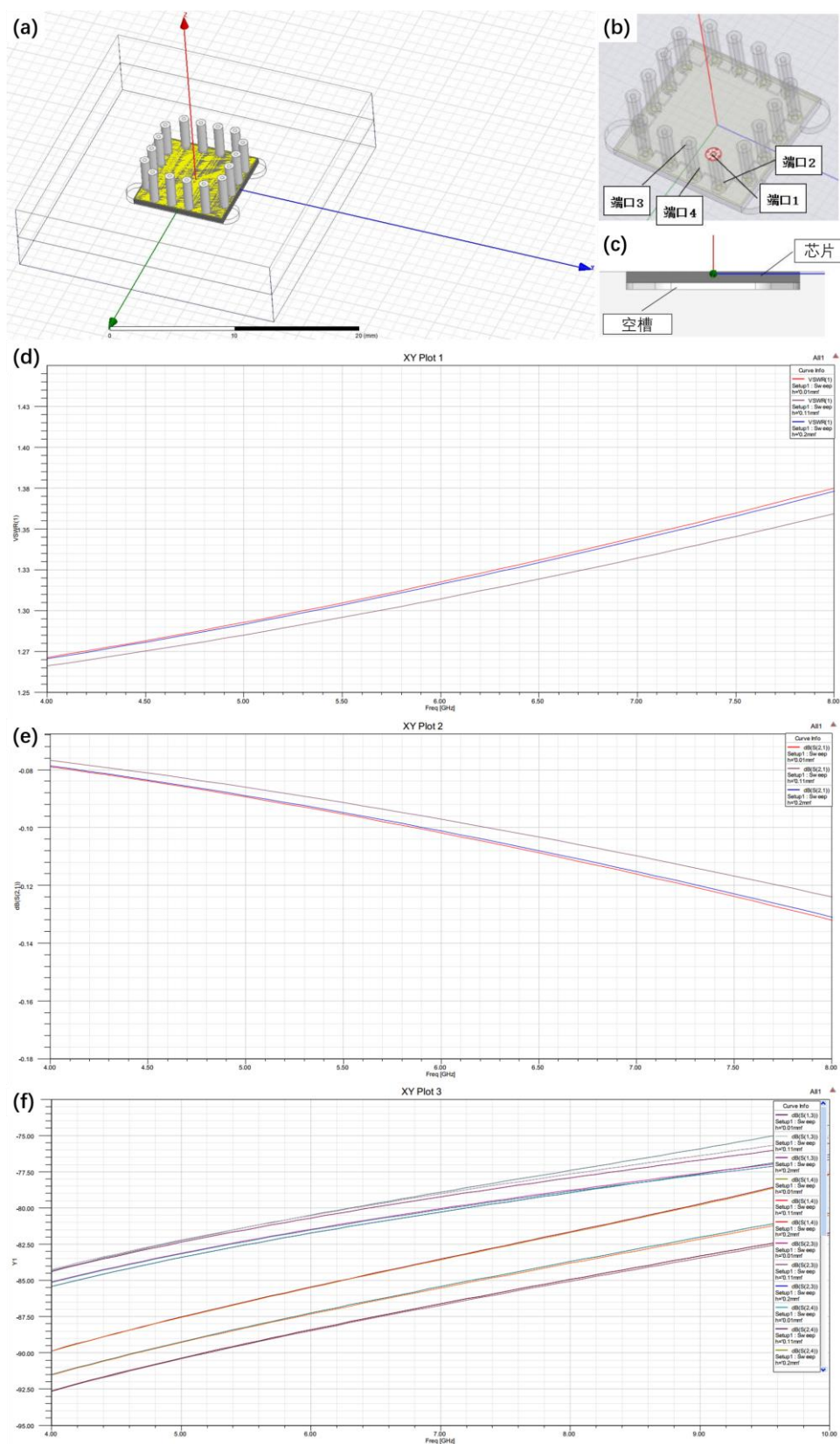


图 3.6.4 (a) (b) (c) 为 quantum chip 立体封装仿真模型，(d) (e) (f) 为对应 VSWR、插入损耗以及串扰的仿真曲线。

图 3.6.4 (a) 为仿真模型，图 3.6.4 (b) 为对应的端口设置，其中端口 1 与端

口3为弹簧针组合结构的上表面,端口2与端口4为弹簧针组合结构与芯片上信号pad的接触面。图3.6.4(c)是 quantum chip 在组合铜腔中放置的示意图,其底部留有 200um 的空槽,顶部也有同样高度的槽(图中未给出)。图3.6.4(d)–(f)分别给出了在底部空槽高度分别为 10um、110um、200um 情况下,端口1的 VSWR、端口2对端口1的插入损耗以及四个端口间的相互信号串扰幅度。

从仿真的结果可见在 4-8GHz 频段内,弹簧针组合结构到芯片上信号 pad 的总 VSWR 最大为 1.38,插入损耗最大为 0.16dB,端口之间能达到至少 -70dBc 以上的隔离度;并且芯片底部的空槽高度对这些参数影响不大。但是开槽是必要的。一方面,开槽后,芯片附近不存在任何 1-20GHz 的空间驻波模式,而开槽前在 10GHz 左右有驻波;另一方面,开槽前,通道直接的隔离度仅能达到 -55dBc。最终,我们设计的开槽高度为 200um,对应 $VSWR < 1.38$, $insertion\ loss < 0.16dB$, $isolation < -75dBc$ 。

(3) 同轴结构与 PCB 的连接方式仿真

我们通过类似的过程,建立仿真模型,得出同轴结构与 PCB 连接时, $VSWR < 1.09$, $insertion\ loss < 0.19dB$ 。

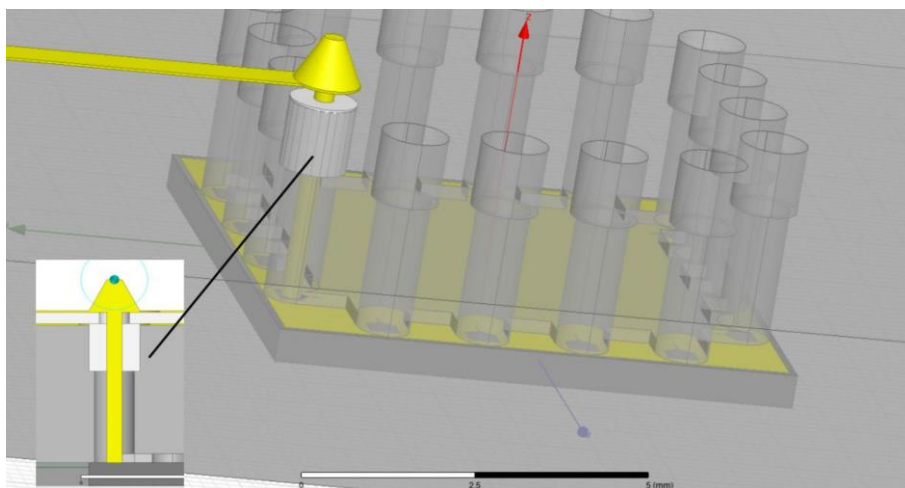


图 3.6.5 改进后的弹簧针组合结构

3.6.2 立体封装方案进一步优化

在对完整结构进行级联仿真时,我们发现最终的效果有所下降,在 4-8GHz 频段内, VSWR 最差接近 1.6, $insertion\ loss \sim 0.5dB$,而较大的端口电压驻波比带来的后果是脉冲的失真。对电压驻波比影响最大的是同轴结构到 quantum chip 的连接处。对此结构进行再次分析,我们发现:同轴结构与 quantum chip 的连接处受到了芯片布局设计的限制,导致同轴结构的外导体存在悬空部分,此处会导致阻抗的非设计突变,从而提高了端口的电压驻波比。我们优化了弹簧针结构的设

计, 如图 3.6.5 所示。我们使用阶梯式的结构改进了弹簧针组合结构的前端, 弹簧针周围的接至一部分采用聚四氟乙烯套, 另一部分采用真空环境, 针头形状也有所改变。此结构既可以固定弹簧针的位置, 又可以改善弹簧针与 quantum chip 上信号 pad 的接触。在进行基本结构的仿真验证后, 我们重新进行整体仿真, 见图 3.6.6。可见经过优化, 我们在 4-8GHz 内整体实现了 $VSWR < 1.2$, $insertion\ loss < 0.15\text{dB}$, $isolation \sim -75\text{dBc}$, 并且能够容忍热胀冷缩的弹簧针 bonding 方案, 并基于此, 实现了量子芯片的立体封装。

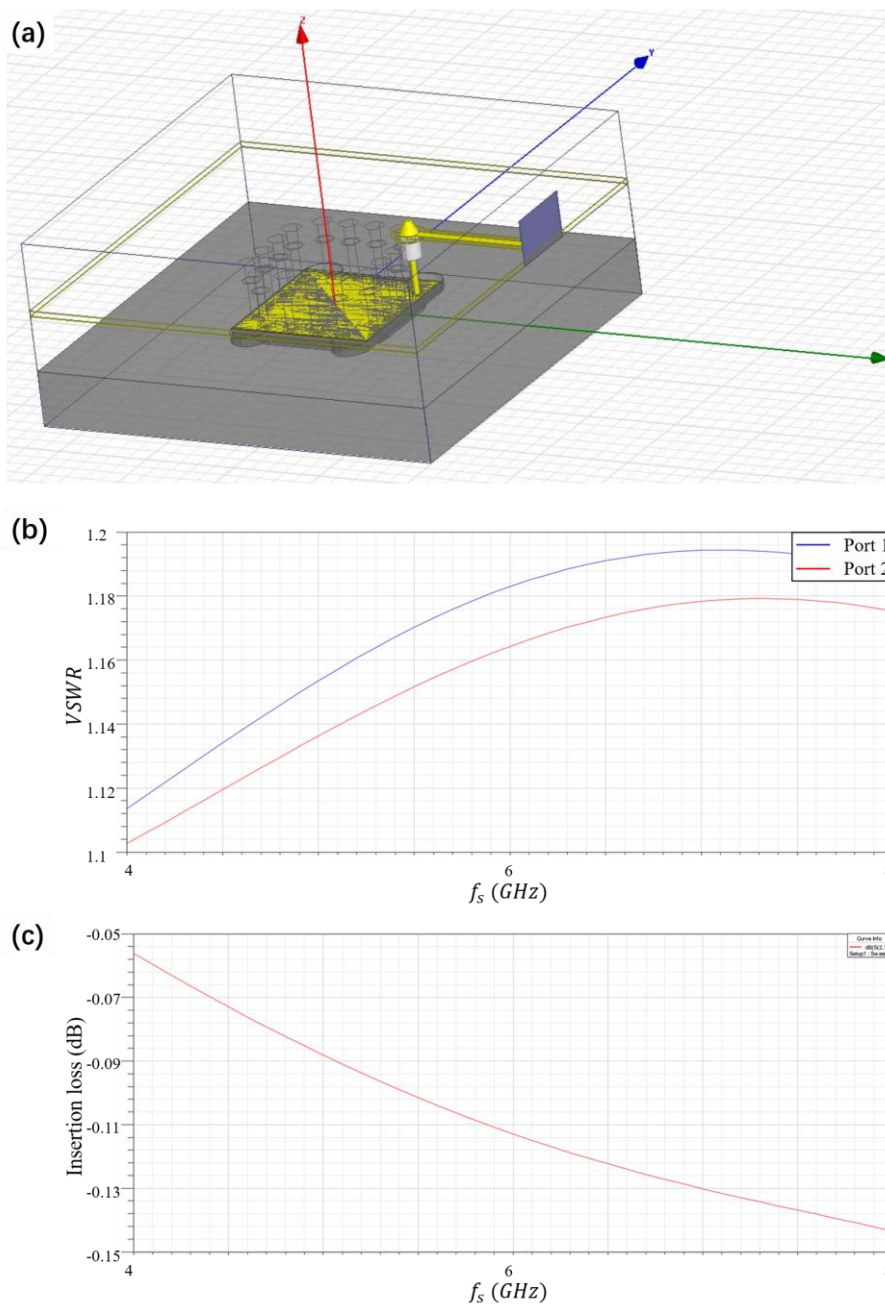


图 3.6.6 (a) 改进弹簧针结构后的整体模型; (b) 整体 VSWR; (c) 整体插入损耗。

3.6.3 立体封装的组装流程

立体封装方案中，一共包含以下结构：立体封装底座（简称底层）、放置 quantum chip 的固定腔（简称固定层）、用于调整对齐的铜皮（简称调整层）、芯片顶部的对准腔（简称顶层）、弹簧针与聚四氟乙烯套组合结构、带热沉的 PCB、量子芯片、定位销、螺丝等。整个组装工作在显微镜下完成。

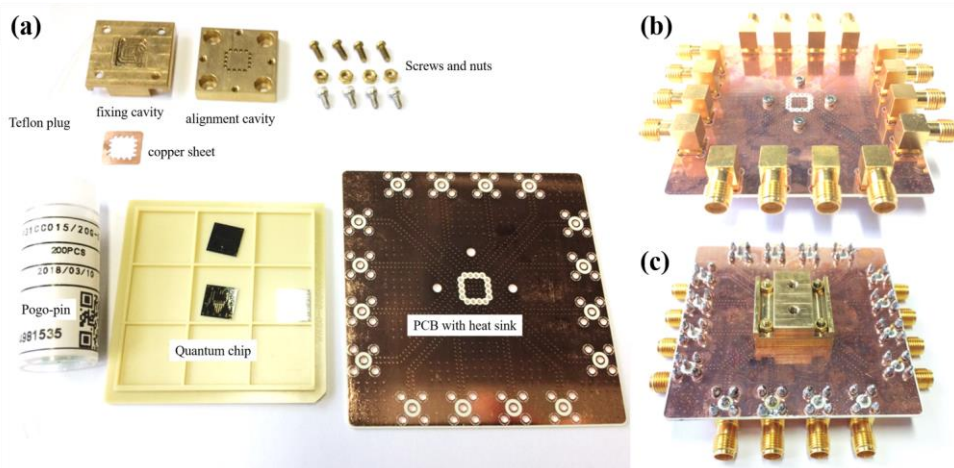


图 3.6.7 立体封装组装配件与实物效果。(a) 配件清单；(b) 封装正面效果图；(c) 封装背面效果图。

首先，将底层水平放置，将两个定位销竖直插到底层的定位销孔内；其次，将固定层穿过定位销放置在底层上方，再将 quantum chip 放置到固定层对应的槽内；将调整层穿过定位销放置到组件上方，顶层上定位销孔是腰型孔，可微调，调整层四角上分别开有一个 mark 窗口，而 quantum chip 四角的对应位置有同样尺寸大小的 mark，在显微镜下移动调整层，使得两套 mark 四角对齐，这样就确保了芯片上信号 pad 与铜皮上弹簧针开口位置也保持垂直对准状态；使用螺丝将调整层与固定层、底层固定起来，再将顶层穿过定位销放置在调整层的上方，同时也固定起来，这样顶层的开口与芯片上的信号 pad 的垂直对准状态得以永久维持；将弹簧针组合结构插入顶层的开口，按压到芯片的信号 pad 上，此时能够感受到明显的作用力变化，但不宜过于用力；将带热沉的 PCB 穿过定位销放置于顶层的上方，并与弹簧针组合结构的另一端保持良好接触，固定 PCB 结构。最终，我们完成了 quantum chip 立体封装的组装加工。组装效果见图 3.6.7。

最后是立体封装的误差分析。在整个加工与组装过程中，机械加工的最差精度是 20um，相比于量子芯片加工工艺精度 3-5um，量子芯片的加工误差可以忽略；金属器件的尺寸为毫米到厘米量级，加工误差也可以忽略；弹簧针与聚四氟乙烯套的外直径分别为 0.31mm 与 1mm，加工精度能够容忍；调整层与芯片的 mark 对准难度较高，由于不是接触式对准，精度只能控制在 10um 左右，但 mark

位于芯片四角，相距 5mm 以上，也就是说相对误差仅为 0.2%左右。最后则是整体对准精度，考虑最差情况，定位精度为 $10\mu\text{m} \times 2 + 20\mu\text{m} + 5\mu\text{m} = 45\mu\text{m}$ 。弹簧针顶端的尺寸为 $150\mu\text{m}$ ，为了实现弹簧针组合结构到芯片上信号 pad 以及到 PCB 引线 pad 的良好接触，pad 的直径至少为 $45\mu\text{m} \times 2 + 150\mu\text{m} = 240\mu\text{m}$ 。在以上参数可控下，我们能够将系统的尺寸误差控制到可以接受范围内，最终唯一不稳定性为弹簧针接触应力导致的金属膜破裂。

本人所设计的立体封装方案与引文[47]的方案相比，首先更加注重与解决弹簧针接触的质量，其次简化了对准流程。引文[47]在实现封装结构对准时使用了四重组结构，我们认为是完全没有必要的，并简化为两层。除此以外，我们还额外地引入了对准 mark，用于校准封装结构与量子芯片的位置，使得我们能够达到 $10\mu\text{m}$ 的对准精度，而引文[47]则完全没有提及他们的对准精度。最后，本人设计的立体封装方案能够解决 wire-bonding 所带来的严重的接触阻抗突变以及信号串扰问题，同时提高了腔体驻波模式的频率，消除了 qubit 与无关光场模式的耦合，能够用于提高 qubit 的操控性能与相干时间。

在本节的最后，我要尤其感谢本源量子硬件研发部门的员工李松，他在该工作中给予我很大的帮助。

3.7 Qubit T_1 的有效提高

通过低温以及室温信号线路的搭建，我们解决了 transmon qubit 基本测控的需求，尤其是信号供线以及 IQ 多点频上变频技术的组合使得我们对 qubit 测控的效率提升。与此同时，我们测试了大量的 qubit 样品。在初期，不可避免地存在芯片设计问题、加工工艺问题以及 qubit 工作环境的噪声问题。我们统计了早期测试的 qubit 相干时间数据，发现测得的 T_1 平均只有 $0.6 \mu\text{s}$ ， T_2^* 平均只有 $0.3 \mu\text{s}$ 左右，甚至很多 qubit 退相干极快，Rabi oscillation 都无法测到。这样的 qubit 参数远不能达到应用于量子信息处理的程度。经过漫长的优化工作，我们一步步完善了 3.2 节到 3.5 节所述的 qubit 工作环境改造效果，并同时测试了大量 qubit 样品，测试数据如图 3.7.1 所示。从图 3.7.1 中可知，我们已经成功将 qubit 平均 T_1 提高至 $5 \mu\text{s}$ 左右，提高了接近 10 倍，平均 T_2^{ramsey} 也提高至 $1 \mu\text{s}$ 左右，证明我所做的所有工作是效果显著的。我们正在开展后续的优化以及测试并获得了更好的测试结果，这些数据尚未完全整理出来，因而不包含在本博士论文中。

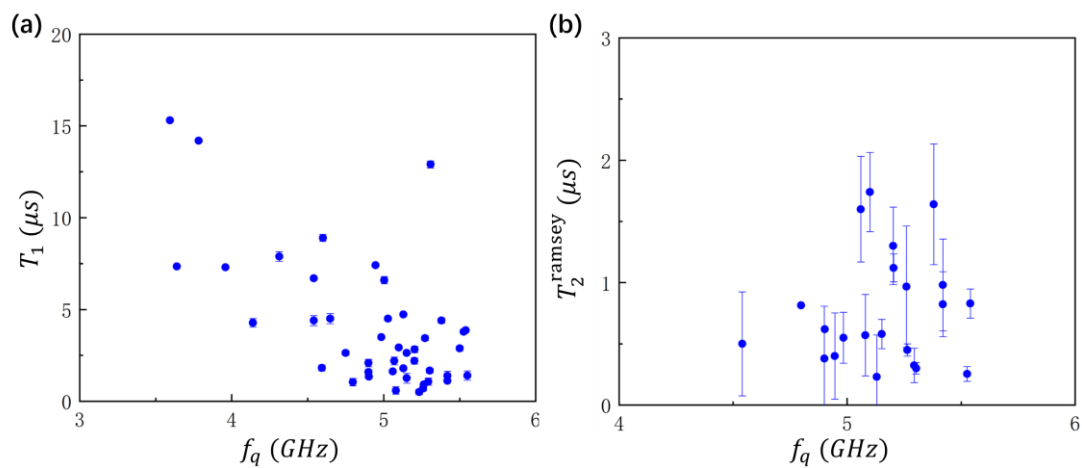


图 3.7.1 Qubit 相干时间统计数据，截止到 2018 年 4 月 1 日。

参 考 文 献

- [1] Norbert Schuch and Jens Siewert, Natural two-qubit gate for quantum computation using the XY interaction, *Phys. Rev. A* 67, 032301 (2003).
- [2] L. DiCarlo, et al. Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor, *Nature* 460, 240–244 (2009).
- [3] J. Majer, et al. Coupling superconducting qubits via a cavity bus, *Nature* 449, 443–447 (2007).
- [4] David C. McKay, et al. Universal Gate for Fixed-Frequency Qubits via a Tunable Bus, *Phys. Rev. Appl.* 6, 064007 (2016).
- [5] Matthew Reagor, et al. Demonstration of universal parametric entangling gates on a multi-qubit lattice, *Science Advances* 4: 3603 (2018).
- [6] Yu Chen, et al. Multiplexed dispersive readout of superconducting phase qubits, *Appl. Phys. Lett.* 101, 182601 (2012).
- [7] NT Bronn, et al. Fast, high-fidelity readout of multiple qubits, *J. Phys.: Conf. Ser.* 834, 012003 (2017).
- [8] Johannes Heinsoo, et al. Rapid high-fidelity multiplexed readout of superconducting qubits, arXiv:1801.07904.
- [9] Yves Salathé, et al. Low-Latency Digital Signal Processing for Feedback and Feedforward in Quantum Computing and Communication, arXiv:1709.01030.
- [10] D. Ristè, et al. Digital feedback in superconducting quantum circuits, arXiv:1508.01385.
- [11] P. Campagne-Ibarcq, et al. Open Access Persistent Control of a Superconducting Qubit by Stroboscopic Measurement Feedback, *Phys. Rev. X* 3, 021008 (2013).
- [12] D. Ristè, et al. Feedback Control of a Solid-State Qubit Using High-Fidelity Projective Measurement, *Phys. Rev. Lett.* 109, 240502 (2012).
- [13] R. Vijay, et al. Stabilizing Rabi oscillations in a superconducting qubit using quantum feedback, *Nature* 490, 77–80 (2012).
- [14] Antonio D. Co ´rcoles, et al. Protecting superconducting qubits from radiation, *Applied Physics Letters* 99, 181906 (2011).
- [15] M. D. Reed, et al. Fast reset and suppressing spontaneous emission of a superconducting qubit, *Applied Physics Letters* 96, 203110 (2010).
- [16] Evan Jeffrey, et al. Fast Accurate State Measurement with Superconducting Qubits, *Phys. Rev. Lett.* 112, 190504 (2014).
- [17] Eyob A. Sete, et al. Quantum theory of a bandpass Purcell filter for qubit readout, *Phys.*

- Rev. A 92, 012325 (2015).
- [18] Nicholas T. Bronn, et al. Broadband filters for abatement of spontaneous emission in circuit quantum electrodynamics, *Applied Physics Letters* 107, 172601 (2015).
- [19] T. Walter, et al. Rapid High-Fidelity Single-Shot Dispersive Readout of Superconducting Qubits, *Phys. Rev. Appl.* 7, 054020 (2017).
- [20] C. Eichler, et al. A. Quantum-Limited Amplification and Entanglement in Coupled Nonlinear Resonators. *Phys. Rev. Lett.* 113, 110502 (2014).
- [21] R. Vijay, et al. Observation of Quantum Jumps in a Superconducting Artificial Atom. *Phys. Rev. Lett.* 106, 110502 (2011).
- [22] Z. R. Lin, et al. Single-shot readout of a superconducting flux qubit with a flux-driven Josephson parametric amplifier. *Applied Physics Letters* 103, 132602 (2013).
- [23] M. Hatridge, et al. Quantum Back-Action of an Individual Variable-Strength Measurement. *Science* 339, 178-181 (2013).
- [24] K. W. Murch, et al. I. Observing single quantum trajectories of a superconducting quantum bit. *Nature* 502, 211 (2013).
- [25] S. J. Weber, et al. Mapping the optimal route between two quantum states. *Nature* 511, 570 (2014).
- [26] R. Vijay, et al. Stabilizing Rabi oscillations in a superconducting qubit using quantum feedback. *Nature* 490, 77 (2012).
- [27] A. D. Córcoles, et al. Demonstration of a quantum error detection code using a square lattice of four superconducting qubits. *Nature Communications* 6, 6979 (2015).
- [28] D. Ristè, et al. Detecting bit-flip errors in a logical qubit using stabilizer measurements, *Nature Communications* 6, 6983 (2015).
- [29] F. Mallet, et al. Quantum State Tomography of an Itinerant Squeezed Microwave Field. *Phys. Rev. Lett.* 106, 220502 (2011).
- [30] J. Y. Mutus, et al. Design and characterization of a lumped element single-ended superconducting microwave parametric amplifier with on-chip flux bias line. *Applied Physics Letters* 103, 122602 (2013).
- [31] M. Hatridge, et al. Dispersive magnetometry with a quantum limited SQUID parametric amplifier. *Phys. Rev. B* 83, 134501 (2011).
- [32] K. O'Brien, et al. Resonant Phase Matching of Josephson Junction Traveling Wave Parametric Amplifiers. *Phys. Rev. Lett.* 113, 157001 (2014).
- [33] C. Macklin, et al. A near-quantum-limited Josephson traveling-wave parametric amplifier. *Science* 350, 307-310 (2015).

- [34] T. C. White, et al. Traveling wave parametric amplifier with Josephson junctions using minimal resonator phase matching. *Applied Physics Letters* 106, 242601 (2015).
- [35] J. Y. Mutus, et al. Strong environmental coupling in a Josephson parametric amplifier. *Applied Physics Letters* 104, 263513 (2014).
- [36] T. Roy, et al. Broadband parametric amplification with impedance engineering: Beyond the gain-bandwidth product. *Applied Physics Letters* 107, 262601 (2015).
- [37] M. D. Reed, et al. High-Fidelity Readout in Circuit Quantum Electrodynamics Using the Jaynes-Cummings Nonlinearity, *Phys. Rev. Lett.* 105.173601 (2010).
- [38] Jay M. Gambetta, et al. Building logical qubits in a superconducting quantum computing system, *npj Quantum Information* 3, 2 (2017).
- [39] Versluis R, et al. Scalable Quantum Circuit and Control for a Superconducting Surface Code, *Phys. Rev. Appl.* 8, 034021 (2017).
- [40] J. H. Béjanin, et al. Three-Dimensional Wiring for Extensible Quantum Computing: The Quantum Socket, *Phys. Rev. Appl.* 6 044010 (2016).
- [41] D. Rosenberg, et al. 3D integrated superconducting qubits, *npj Quantum Information* 3, 42 (2017).
- [42] T. Brecht, et al. Brecht T, et al. Micromachined Integrated Quantum Circuit Containing a Superconducting Qubit, *Phys. Rev. Appl.* 7 044018 (2017).
- [43] Liu Q, et al. Extensible 3D architecture for superconducting quantum computing, *Appl. Phys. Lett.* 110 232602 (2017).
- [44] C. R. H. McRae, et al. Thermocompression bonding technology for multilayer superconducting quantum circuits, *Appl. Phys. Lett.* 111, 123501 (2017).
- [45] William O'Brien, et al. Superconducting Caps for Quantum Integrated Circuits, [arXiv:1708.02219](https://arxiv.org/abs/1708.02219).
- [46] Mehmoosh Vahidpour, et al. Superconducting Through-Silicon Vias for Quantum Integrated Circuits, [arXiv:1708.02226](https://arxiv.org/abs/1708.02226).
- [47] Nicholas T Bronn, et al. High Coherence Plane Breaking Packaging for Superconducting Qubits, *Quantum Sci. Technol.* 3 024007(2018).
- [48] B. Foxen, et al. Qubit compatible superconducting interconnects, *Quantum Sci. Technol.* 3 014005 (2018).

第 4 章 量子芯片专用反馈测控系统的设计

在未来的量子计算机中，为了实现对数以万计的 qubit 的精准操控，集成化的大型量子芯片测控系统不可或缺。而这是当前用商用仪器搭不起来的。本人在博士期间经过长期调研学习，设计出一套多通道量子芯片反馈测控系统，用于完全取代商用仪器设备，并希望能够在今后持续的摸索中获得与量子芯片最佳共同发展模式。

特别要注明的是，量子芯片专用反馈测控系统是本人及实验室团队与成都中微达信科技有限公司的合作项目，其中所有的核心指标以及模块设计均由本人完成，具体的代工工作由成都中微达信科技有限公司完成。因项目涉及未公开申请的专利技术，在本论文中，我只提及设计以及其用于解决的具体问题。

4.1 研发背景与研发目的

在量子计算的早期实验研究中，人们只需要测试 qubit 的性能，表征其相干时间，表征逻辑门操作以及读取保真度即可。整个测控系统的搭建很简单。以一个 qubit 的单比特 XY-control 操控为例，我们只需要用到一台 2 通道的 AWG 以及一台微波源，外加数十个高频器件。这样的测控系统很好搭——买几台仪器，买几种高频器件，组装起来，再使用电脑编一串代码，就能做实验了。

但头疼之处在于，如果我们有 100 个 qubit，那么我们需要的 AWG、微波源的数量也要乘以 100。我们需要准备一间厂房，整齐堆放几百台仪器，用总长几十米甚至几百米的线路搭建系统，再接入放置在稀释制冷机中的量子芯片。可能这还是能勉强凑合的事情，但如果下一步我们制备出一台拥有 1 万个 qubit 的量子计算机，可能你得花半辈子的时间搭建仪器调试线路，而且不用说，这样的效果必然是非常差的。

当前，国际上公布的数目最多的是 Google 的 72 位量子芯片，尽管没有给出任何技术细节，但我们也可以想象的出，他们搭建测控系统本身具有很高的技术含量。而其他的诸如 IBM 的 50 位，Qutech 的 49 位，除了量子芯片本身，也一定投入了大量的精力来改造与优化测控系统。

在这样的国际大背景下，我们必须尽早研发专用于维持量子芯片正常运行所需的量子芯片测控系统，而且这样的专用测控系统必须具备高集成度、高度可扩展性、高兼容性以及高效率等基本特征。

4.2 设计思路

考虑到量子芯片必然持续扩展的性质，测控系统所需具备最核心功能应该是可扩展性。但是商用仪器的可扩展性一般都非常差，主要是因为商用仪器追求单通道的性能，附带了大量在量子芯片测控中用不上的功能。我们在设计量子芯片专用的测控系统时，剔除了所有无用功能，尤其是硬件功能，这样不仅精简了整个系统架构，更降低了系统成本。我们更加注重提升系统的核心性能以及整体协调性。此外，我们优化了测控系统内部的线路架构，特别是我们将 IQ 混频调制线路整合到测控系统中，一方面提高了系统搭建的效率，另一方面提高了输出信号的质量。

其次是模块化的设计以及功能的集成。我们基于量子芯片运行时所需信号的类型进行模块化分工设计，并兼容性地整合在一起。整套系统能够同时实现对所有 qubit 的单比特操控、两比特操控以及读取，我们不再需要其他任何额外的仪器设备来补偿功能的缺陷。

再其次是整体同步。为了在一台测控系统中实现多种功能模块的集成，尤其是每个模块具有多个输出通道，整体调控显得尤为重要。测控系统中所有的高速数字器件都需要使用统一的触发同步装置配置，比如说某个 DAC 芯片输出脉冲的时刻，某个开关电路的切换时刻等，触发同步建立了整个测控系统所有通道间的输出信号逻辑顺序，逻辑顺序直接决定了量子信息处理过程的实际流程；包含触发同步装置以及所有的微波源芯片在内，都需要使用统一的参考时钟装置配置，时钟同步提高了系统内部信号质量与逻辑关系的精准度，这对于改善量子比特逻辑门操作的保真度有非常大的帮助。

最后是硬件层控制核心以及数据处理效率。在以往的测控系统中，所有的仪器搭建好后，通过 LAN 口或者 GPIB 连接至某台上位机 PC，所有的同步，参数设置，信号生成，数据分析都是在 PC 中控制与实现。这样做无法实现效率最大化，因为实际数据处理的时间很短，主要的时间都浪费在数据传输的过程中。因此我们在此使用了基于 FPGA 的硬件层作为控制核心，而上位机 PC 仅作为视觉辅助设备存在。这样的设计使得指令与数据不再需要通过额外的线路与协议与上位机 PC 进行互传，直接在硬件核心中处理即可。经过上位机的循环，在数据传输上就会至少耗费 5-10 μs ，而如果直接通过硬件核心，数据传输时间就能缩短到 1 μs 以内。而利用 FPGA 的并行硬件算法，我们可以进一步优化数据处理的方式。

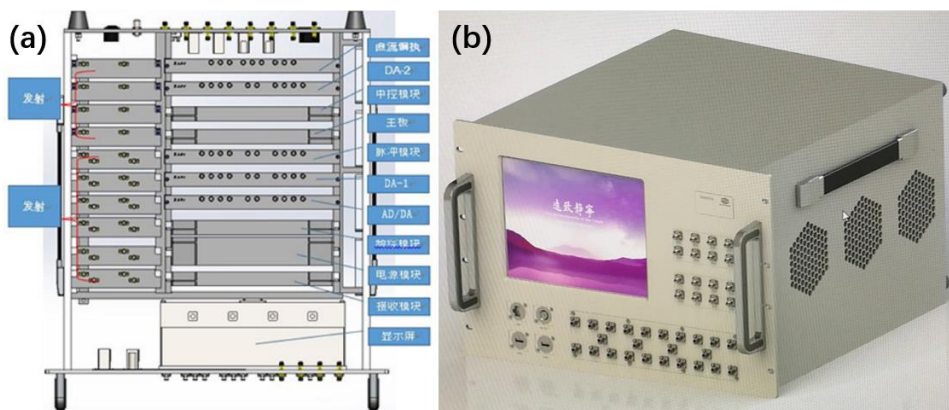


图 4.2.1 测控系统的 (a) 仪器机箱以及 (b) 外观示意图。

最终，我们设计出以 FPGA 为硬件核心的多通道量子芯片专用反馈测控系统。外观结构图见图 4.2.1。

4.3 功能结构

我们设计研发的这套测控系统，其基本目标是能够用于完整实现 transmon qubit 量子芯片的测控实验，替代所有商用仪器设备，此外还需要具备可扩展性，用于实现更多同类型但具有更多 qubit 数量的量子芯片的测控需要。首先是通道数必须足够；其次是功能必须达到指标。以 2.7 节中的 6 比特量子芯片为例，它需要 6 个 XY-control、6 个 Z-control (flux-offset+flux-pulse) 以及一路 readout in 信号，同时输出一路 readout out 信号。基于这些基本需求，我们设计的整个多通道量子芯片专用反馈测控系统(以下简称测控系统)，由 1 个主控模块、具有 8 个通道的 DC 模块、8 通道 AWG 模块、20 通道矢量源模块和 4 通道 feedback 测量模块五部分构成，总计 36 个输出通道、4 个接收通道，主控模块连接并控制其余四个模块。在当前设计下，我们能够满足包含 1 至 8 个 qubit 的量子芯片的完整测控需求。测控系统的功能结构示意图见图 4.3.1。

4.3.1 主控模块

主控模块包括 FPGA、时钟控制器与触发控制器等核心结构组成。FPGA 是能够并行处理数据和逻辑算法的现场可编程芯片，它用于实现整个测控系统的参数调控、以及实时数据处理功能。FPGA 的典型主频为 200 MHz，即每次处理步骤耗时 5 ns，通过硬件算法，可以将数据处理步骤压缩到 10 步左右，也就是耗时间仅用 50 ns；数据在传输到 FPGA 的过程的延时也仅为不到 200 ns。而如果将数据上传到上位机进行分析再处理，则数据上传过程就至少耗时 5 μ s。因而 FPGA

极大地提高了数据处理的效率。而极快的数据处理速度也是实现 feedback 功能的关键，见 4.4 节。

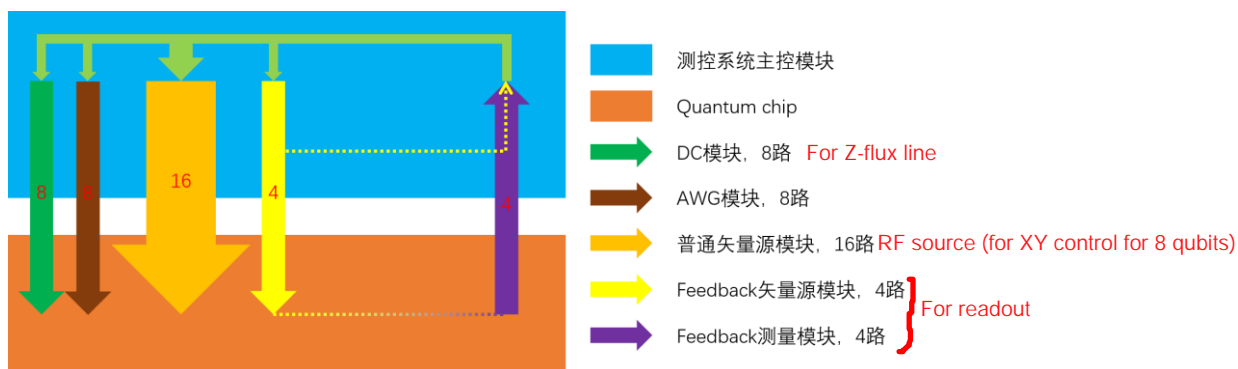


图 4.3.1 多通道量子芯片专用反馈测控系统的功能结构示意图。

通过 FPGA 的配置，时钟控制器将标准时钟信号分发到全部的 36 个输出通道以及 4 个接收通道，实现时钟同步功能。触发控制器则能够维持通道间脉冲信号的相对时序关系的精准性。在触发网络与时钟网络的共同作用下，测控系统整体能够完全同步，并且整体同步精度为 200ps。

主控模块的核心指标为 200MHz 主频的 FPGA，50 ns 数据处理算法，<200 ns 处理延时，200 ps 同步精度。通过选取以上指标的芯片与器件构建主控模块，我们能够解决 qubit 读取信号实时分析以及实现测控系统整体同步调控两大问题，尤其是后者，通过集成，主控模块到每个通道的线路大幅缩短，同步性能大幅提高。

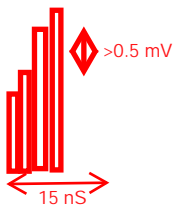
4.3.2 8 通道 DC 模块

DC 模块用于生成 qubit 调控所需的 flux offset 信号，由极高精度的 DAC 芯片以及补偿电路等构成。DC 模块的核心指标为 ± 5 V 输出，瞬时幅度波动 < 20 μ V，5 mV/0.1 s 信号幅度调控保护。在这样的指标设计下，DC 模块能够满足 transmon qubit 调控对于的 flux offset 幅度范围、幅度精确性以及幅度稳定性的需求，同时也避免了瞬间电信号导致的 qubit 电击，后者会对样品造成不可补偿的损伤。

4.3.3 8 通道 AWG 模块 注意:由圖3.2.2,3.2.3到3.2.4, Z-control需要一個, XY-control需要兩個, readout line也需要兩個, 共要5個AWG通道

AWG 模块用于生成 qubit 调控所需 ^{波包} flux pulse 信号，由高速 DAC 芯片以及信号优化电路等构成。AWG 模块的核心指标为 2GS/s 采样率，12bit 有效垂直分辨率，600MHz 模拟带宽，支持 sequence 功能，通道间同步误差 < 200 ps。

对于我们的量子芯片来说，2q-gate 的实施依赖于 flux-pulse，核心影响因素为 pulse 的时间与幅度分辨率，特别是 ~ 15 ns 的 iSWAP gate 需要足够精度的脉冲



相當於在15 ns內有30條這種bar, 而條和條之間的高度差大於0.5 mV, 而這些條就會形成你要的波包

每秒生成 2^{10^9} 個點, 乘上15 ns, = 即在15 ns內可生成30個點

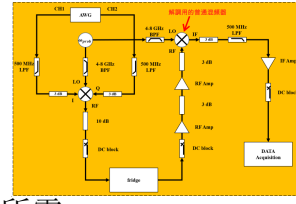
指的是時間上的點

控制。2GS/s 的采样率使得我们能够用 30 个点来生成 iSWAP gate 对应的 pulse, 而 12bit 的有效垂直分辨率对应的幅度误差低于 0.5mV, 足够满足对 transmon qubit 实施调控尤其是实施 2q-gate 时 flux-pulse 信号的需求。

4.3.4 20 通道矢量源模块

相當於RF source

矢量源模块用于生成 qubit 调控所需的 XY-control pulse 以及读取 qubit 所需的 readout in 信号, 由微波源芯片、DAC 以及超外差二次混频线路等构成。特别地, 20 通道中有 16 路普通矢量源通道用于 XY-control, 4 路 feedback 通道用于生成 readout 脉冲信号。为了提高 readout 信号解调的质量, 我们采取合并上下变频线路 LO 的方法, 见 3.2.2 节。因此在测控系统中我们也采取了同样的设计, 这 4 路 feedback 矢量源通道的 LO 直接提供给 feedback 测量模块的 4 个通道, 一一对应, 以实现解调信号的最佳效果, 而反馈功能将在 4.4 节中讲述。矢量源模块的核心指标为 4-8GHz 输出频率, 1kHz 步进, 200MHz 调制带宽, 相噪<-95 dBc/Hz@1kHz, <-115dBc/Hz@1MHz, 0.1dB 输出功率稳定性。



对于 transmon qubit 来说, 1q-gate 的实施依赖于脉冲的频率精准度、幅度稳定性以及脉冲包络的形状。而以上指标的矢量源模块能够满足这些全部的要求。特别地, 矢量源模块的上变频调制采取的是超外差二次混频方案, 该方案可以至少地将 LO 频率以及镜像带宽调节至与调制带宽相差 1GHz, 再通过滤波电路, 即可高效地解决 LO 泄露以及镜像抑制等问题; 此外是相噪指标的设计, 满足了 1q-gate 对于信号频率精准度的需求, 对应的 LO 相噪影响见第五章。

4.3.5 4 通道 feedback 测量模块

Feedback 测量模块用于解调从 qubit 读取腔输出并经后级线路放大以及预处理的 readout out 信号, 由 ADC、处理 FPGA 以及补偿电路等构成。ADC 接收到的原始数据经处理 FPGA 解调过后, 将解调结果传至主控模块的 FPGA 用于决策, 进而实现 feedback。Feedback 测量模块的核心指标为 600MHz 接收带宽, 2GS/s 采样率, 9.1bit 有效垂直分辨率, 实时数据处理。对于超导量子芯片的读取来说, 能够精准解调出原始信号的幅度相位是最重要的, 这取决于测量模块的接收带宽、垂直分辨率以及时间精度; 此外, 对于我们设计的量子芯片, 读取信号分布在 200MHz 带宽内的一组固定点频上, 如何同时高效地对这组信号进行解调处理具有较大的技术难度。Feedback 测量模块的指标能够满足量子芯片读取信号的解调问题, 同时我们在处理 FPGA 中加入了波分复用的数据处理算法, 用于解决大批量信号并行处理的问题; 此外, 在可控模块 FPGA 的帮助下, 实时数

据处理功能能够大幅提高我们对 qubit 的调控与分析能力。

4.3.6 可扩展性的设计

在以上所述的每种模块中，我们都集成了大量的通道。具体地，主控模块内部，主控模块与上位机（PC），以及主控模块与所有的功能模块之间均使用 FMC 等高速接口实现插卡式扩展。该扩展方案比仪器间级联扩展最大的优势在于触发同步的控制上。仪器间级联至少会使用米级长度的线路，不同仪器的连线差异会使得级联后触发同步的效果大打折扣，进而会影响关键的反馈测控功能。而插卡式扩展能够确保所有通道间的线路路径几乎等长并且距离最短化，从而在扩展的同时避免了核心性能的降低。

4.4 基本功能及使用流程

测控系统具有以下基本工作模式：^{bias (DC)} 偏置电压源、AWG、射频矢量源、非反馈测控、反馈测控。默认为非反馈测控模式。系统会定期自动全通道校准，并且在每次使用仪器之前也可以手动校准。尤其是在主控模块的帮助下，实时处理信号仅会产生 200 ns 的处理延时，这使得我们能够实现反馈测控功能。

4.4.1 偏置电压源

偏置电压源模式仅使用 DC 模块的功能，解决了我们独立调控 flux-offset 信号的问题。通过上位机的软件程序比如 matlab 中运行的代码指令，可以控制指定偏置电压通道的输出开/关、设定输出幅度、输出幅度变更、输出幅度归零；变更输出幅度时需要平滑变更（固定幅度变化速率 5mV/0.1s）。以使用两个通道为例，工作流程如下：

- (1) 将使用的两个通道 1 和 2 接入设计好的线路，线路中还存在其他仪器设备；
- (2) 整体线路配置好，参数设置完毕，特别地，通道 1 输出电压 V_1 ，通道 2 输出电压 V_2 ，运行；
- (3) 整体线路执行某个流程，该流程中通道 1 和通道 2 输出维持恒定；
- (4) 流程结束，通道 1 电压增加至 V_1' ，通道 2 电压增加至 V_2' ，然后重复（3）；
- (5) 当通道 1 电压达到 V_1^{end} 时，不再重复（3），结束工作流程；
- (6) 所有参数归零，特别地，通道 1 和通道 2 电压归零尽可能平滑缓慢（固定幅度变化速率 5mV/0.1s）。

4.4.2 AWG 模式

AWG 模式仅使用 AWG 模块，解决了我们独立调控 flux-pulse 信号的问题。通过上位机的软件程序比如 matlab 中运行的代码指令，可以控制指定 AWG 通道的输出波形的形状（正弦波、方波、任意波）、起始时间、周期；特别地，如果 AWG 通道生成的是正弦波，则需精确控制其点频频率、脉冲幅度、脉冲起始时间、参考点初始相位、周期；“参考点”可以选取为周期的起始时刻点；如果 AWG 通道生成的是多点频正弦脉冲信号，则针对每个点频分量，均需要独立设置以上变量。当然，所有的点频分量必须具有相同的运行周期以及起始时刻点（即同步）。如果调用多个 AWG 通道，则所有的 AWG 通道输出信号需要具有相同的运行周期以及起始时刻点（即同步）；如果同时调用了内部 AWG 通道以及外部其他任意设备的通道，则需通过触发接口以及时钟同步接口互联，获得统一参考时钟以及具有公共起始时刻点的整体周期。以使用两个通道为例，工作流程如下：

- (1) 将使用的两个通道 1 和 2 接入设计好的线路，线路中还存在其他仪器设备；
- (2) 整体线路配置好，所有仪器通过统一时钟源同步。工作周期设置为 T ，通道 1 与通道 2 输出信号均设置为方波脉冲；设置一个变量用做计数器，计数器初始为 0；
- (3) 计数器+1，通道 1 输出高度 V_1 ，宽度 Δt_1 的方波脉冲，输出时刻为周期初始时刻+计数器 $\times 100\text{ns}$ ；通道 2 输出高度 V_2 ，宽度 Δt_2 的方波脉冲，输出时刻为周期初始时刻+50ns+计数器 $\times 80\text{ns}$ ，运行；
- (4) 重复（3），直到计数器=1000，结束计数器=1000 的循环后，结束整个工作流程；
- (5) 所有参数归零。

4.4.3 射频矢量源模式

射频矢量源模式仅使用矢量源模块，解决了我们独立对 qubit 实施 XY-control 的问题。通过上位机的软件程序比如 matlab 中运行的代码指令，可以控制指定射频矢量通道的输出波形的点频频率、信号功率、脉冲包络（DAC 提供的中频信号）形状、脉冲起始时间、周期；特别地，如果脉冲包络是正弦波，则需精确控制其点频频率、脉冲幅度、脉冲起始时间、参考点初始相位、周期；“参考点”可以选取为周期的起始时刻点；如果生成的是多点频 IQ 调制信号（整体在 200MHz 带宽内），则针对每个正弦波分量，均需要独立设置以上变量。当然，所有的点频分量必须具有相同的运行周期以及起始时刻点（即同步）。如果调用多个射频矢量通道，则所有的射频矢量输出信号需要具有相同的运行周期以及起始

时刻点（即同步）；如果同时调用了内部射频矢量通道以及外部其他任意设备的通道，则需通过触发接口以及时钟同步接口互联，获得统一参考时钟以及具有公共起始时刻点的整体周期。以使用两个通道为例，工作流程如下：

- (1) 将使用的两个通道 1 和 2 接入设计好的线路，线路中还存在其他仪器设备；
- (2) 整体线路配置好，所有仪器通过统一时钟源同步。工作周期设置为 T ；设置一个变量用做计数器，计数器初始为 0；
- (3) 计数器+1，通道 1 输出幅度 V_1 ，宽度 Δt_1 ，频率 f_1 的微波脉冲，脉冲初始相位 90° （正弦），输出时刻为周期初始时刻+计数器 $\times 100\text{ns}$ ；通道 2 输出幅度 V_1 ，宽度 Δt_1 ，频率 f_1 的微波脉冲，脉冲初始相位 0° （余弦），输出时刻为周期初始时刻+ 50ns +计数器 $\times 80\text{ns}$ ，运行；
- (4) 重复（3），直到计数器=1000，结束计数器=1000 的循环后，结束整个工作流程；
- (5) 所有参数归零。

4.4.4 非反馈测控模式

非反馈测控模式会同时使用到测控系统内部的多个模块的任意多个通道，并且也有可能与外部仪器共同工作，解决了我们灵活使用测控系统完成任意量子芯片测控需求的问题。如果原始数据经 FPGA 处理再上传至上位机，则重复周期设置范围为 1-100,000 次；如果直接上传原始数据，则重复 1-10,000 次。如果同时调用了内部任意通道以及外部其他任意设备的通道，则需通过触发接口以及时钟同步接口互联，获得统一参考时钟以及具有公共起始时刻点的整体周期。范例工作流程如下：

- (1) 接线；
- (2) 配置线路同步与工作周期，设置两个计数器 A 与 B，初始值均为 0；
- (3) 计数器 A+1，作为参数扫描变量；
- (4) 计数器 B+1，作为循环变量；设置每个通道的具体参数（见 4.4.1-4.4.3 节），特别地，设置采集通道的参数为采集周期初始时刻+计数器 A $\times 100\text{ns}$ + 100ns 至周期初始时刻+计数器 A $\times 100\text{ns}$ + 500ns 的数据，运行；
- (5) 重复（4），直到计数器 B=1000，结束该次循环，将 1000 次重复循环所采集的数据上传至上位机，计数器 B 重置到 0；
- (6) 重复（3）-（5），直到计数器 A=1000，结束该次循环，结束整个工作流程；
- (7) 处理以上数据；
- (8) 所有参数归零。

4.4.5 反馈测控模式

由于当前阶段量子芯片上 qubit 的集成度还不够高，为了在当前有限的量子芯片上实现并验证更多的量子算法，一种可行的方案是对一些 qubit 进行循环利用，来弥补量子比特数目不足的缺陷。此外，量子实时反馈要求我们必须能够实时获得辅助比特的状态，并基于辅助比特的异常状态针对性地向待纠错 qubit 实施校准。这些都要求我们必须能够对某些量子比特的中间状态进行不破坏整体相干性的读取，并在不影响整体相干性的时间尺度上继续对其实施接下来的量子逻辑门操作。最重要的是，量子比特中间状态的读取结果直接决定接下来所要执行的操作序列，该过程称为 quantum feedback[4]-[9]。为了实现 quantum feedback，要求整个量子芯片测控系统具有极好的整体协调性并且具有极快的响应时间，至少要能在 qubit 退相干之前完成读取——读取数据的分析——feedback 操作的生成与生效。以上位机 PC 作为控制核心的测控系统是无法实现以上功能的。

本人设计并参与研制的测控系统的控制核心为硬件层，feedback 所需信号处理的流程不需要绕到上位机即可完成处理，并且处理延时不到 200 ns。基于此，我们能够实现反馈测控功能，进而实现对 qubit 的实施反馈调控。反馈测控功能的波形示意图见图 4.4.1。

基于图 4.4.1，我们以一个应用实例讲述反馈测控功能的流程：

- (1) 接线；
- (2) 配置线路同步与工作周期，设置两个计数器 A 与 B，初始值均为 0；设置阈值器 C，初始值为 0；
- (3) 计数器 A+1；
- (4) 计数器 B+1；设置每个通道的具体参数如下：
- (5) 两个 AWG 信号通道：通道 1 输出高度 0.5V，宽度 100ns 的方波，从周期起始时刻+计数器 B \times 2 μ s 开始播放，播放 10 次，每次间隔 50ns；通道 2 输出高度-0.3V，宽度 80ns 的方波，从周期起始时刻+计数器 B \times 2 μ s 开始播放，播放 6 次，每次间隔 80ns。
- (6) 两个射频脉冲通道：通道 1 用于反馈测控，输出幅度 0.5V，宽度 100ns，频率 6.2GHz 的正弦脉冲，从周期起始时刻+计数器 B \times 2 μ s +1.6 μ s 开始播放，播放 1 次；通道 2 输出幅度 0.2V，宽度 300ns，频率 5GHz 的正弦脉冲，从周期起始时刻+计数器 B \times 2 μ s 开始播放，播放 1 次。

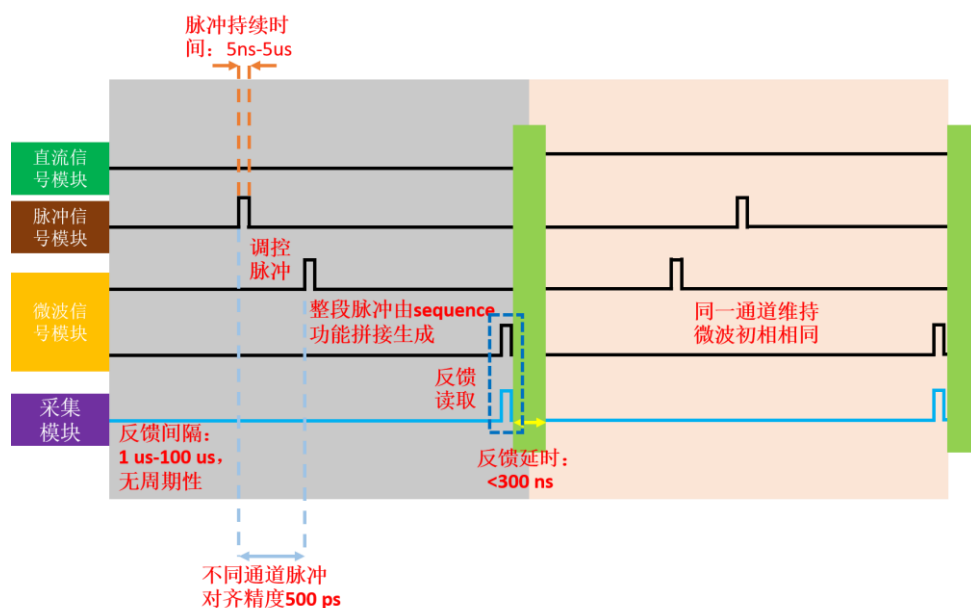


图 4.4.1 反馈测控功能的波形示意图。

- (7) 一个采集通道：与射频脉冲通道 1 对应，从周期起始时刻+计数器 $B \times 2\mu\text{s} + 1.625\mu\text{s}$ 开始采集，采集时长 50ns。
- (8) 运行。
- (9) 提取 feedback 测量模块所采集到信号的幅度，如果幅度 $> 0.2\text{V}$ ，阈值器 $C=1$ ，否则 $C=0$ ；
- (10) 如果 $C=0$ ，重复 (4) - (5)；如果 $C=1$ ，则在重复 (4) - (5) 的同时，取消该次射频脉冲通道 2 的输出信号；直到计数器 $B=10$ ，结束该次循环后，将所有数据上传至上位机，然后将计数器 B 重置到 0；
- (11) 重复 (3) - (6)，直到计数器 $A=100$ 。将所有数据上传至上位机，并且将所有参数归零；
- (12) 使用示波器全程记录所有输出波形，尤其是确认射频脉冲通道 2 输出与否与当次阈值器 C 的值是否正确匹配对应。

4.5 反馈测控功能延时

考虑到fridge线路长度不同造成的延时

在反馈测控功能中，反馈延时非常重要。我们将该延时定义为：feedback readout pulse 到达 quantum chip 的时刻 T_0 与经反馈测控功能重新生成的 control pulse 到达 quantum chip 的时刻 T_1 的间隔。这样的话，总延时可以划分为以下三部分：

第一部分是量子芯片测控系统之外的延时。它包含：

- (1) 线路延时。从量子芯片到测控系统之间的电缆总长度：室温 $2 \times 2 = 4\text{m}$ ，制冷

机内 $1*2=2\text{m}$ ，总计至少 6 米，脉冲信号以及 GHz 频段微波在电缆中传输的速度大约为 $0.7c$ ，从而线路延时为 $6\text{m}/0.7c \approx 29\text{ns}$ 。

- (2) Quantum chip 延时。读取 qubit 的信号需要经过读取腔，信号会在腔中驻留一段时间再输出，该延时与腔的端口耗散相关，在 Purcell filter 生效下，大约是 $2\pi/\kappa_{\text{eff}} \sim 30\text{ns}$ 。

第二部分是信号及信号处理的延时。它包含：

- (1) readout pulse 的宽度。引入 J-Amp 以前，本人在实验中使用的 readout pulse 宽度通常在 150-600ns 之间，在引入 J-Amp 以后，使用的 pulse 宽度为 50-100ns，在此取 100ns。
- (2) 数据处理时间。数据处理过程在 FPGA 中通实现。我们选用了 200MHz 主频的 FPGA，即每次处理步骤耗时 5ns。通过硬件算法，可以将数据处理步骤压缩到 10 个时钟周期左右，也就是耗时仅用 50ns。

第三部分即测控系统内部的硬件延时。它包含：

- (1) 机箱内线路延时。机箱内线缆总长度 1m，延时约 $1\text{m}/0.7c \approx 5\text{ns}$ 。
- (2) 上下变频模块延时。这里主要是由滤波器导致的延时，器件指标为 5ns，取极差情况，10ns。
- (3) ADC 芯片内延时。器件指标 40ns，取 45ns。
- (4) DAC 芯片延时。器件指标 40ns，取 45ns。
- (5) 中控板延时，该延时与设计相关。

为了降低在中控板中的延时，我们采取了以下设计方案：

Feedback 测量模块得到处理结果后，给主控模块的 FPGA 发送处理结果。FPGA 将处理结果与预设阈值进行比对得到逻辑结果（对应几种特定的预设反馈波形），再给测控系统内每个需要调整输出的通道发送波形编码。各通道接收波形编码后，直接从 buffer 中抽调出对应的波形（事先已编写好保存进去）。随后 FPGA 发出 PRT 脉冲，各个通道接收到该脉冲后输出波形。以上流程中，耗时最长的是抽调波形。由于我们使用 sequence 方式编写波形，在使用波形编码抽调波形时，会耗费至少 40ns 的时间，该时间无法缩短。其余流程则已是经过优化的最佳水平，总计花费 8 个时钟周期，耗时 $8 \times 5\text{ns} = 40\text{ns}$ 。总计在中控板中耗时 80ns。

最终，反馈测控功能的总计延时为 $29+30+100+50+5+10+45+45+80=394\text{ns}$ ，而这 394ns 中，仅有 185 ns 为测控系统信号传输延时，不到 200 ns。在如此短的时间内，系统就能根据读取信号的解调结果作出响应并生成对应的脉冲，从而实现量子信息处理过程中非常重要的 quantum feedback 调控功能。

以目前 IBM 在 quantum experience[10]上公布的最佳相干时间为例，qubit 平均 $T_1 \sim 100\mu\text{s}$ ， $T_2 \sim 40\mu\text{s}$ ，200 ns 延时不到总相干时间的 1%。但如果使用低效率

的测控系统架构，尤其是使用上位机 PC 作为控制核心，则仪器通讯以及数据互传的过程就至少要花费 $5\mu\text{s}$ 左右。操作保真度的上限是相干时间与操作时间的比值，因而这两者的效果差距不言而喻。在引文[4]中，Wallraff 实现了 110ns 的测控系统内部延时。但是他们使用的是极度简化版的架构，测控系统只包含 DAC 与 ADC 芯片，微波源是外接的；他们的 DAC 采样率仅有 100MS/s ，对于时钟同步以及整体架构的需求大幅降低；他们利用了特殊的 25MHz 中频实现了简化的数据处理算法，该方法无法推广于多点频信号的一般情况；并且他们只能实现单个 qubit 的 feedback 调控，无法扩展。我们不到 200ns 的内部延时是在整体系统层面实现的，难度更高，意义更大，整体上解决了量子芯片测控信号实时生成与处理的技术性问题，并在帮助我们接下来实现量子实时纠错实验上能够提供不可替代的优势。

参 考 文 献

- [1] R. Vijay, et al. Observation of Quantum Jumps in a Superconducting Artificial Atom. *Phys. Rev. Lett.* 106, 110502 (2011).
- [2] Z. R. Lin, et al. Single-shot readout of a superconducting flux qubit with a flux-driven Josephson parametric amplifier. *Applied Physics Letters* 103, 132602 (2013).
- [3] Jean-Claude Besse, et al. Single-Shot Quantum Nondemolition Detection of Individual Itinerant Microwave Photons, *Phys. Rev. X* 8, 021003 (2018).
- [4] Yves Salathé, et al. Low-Latency Digital Signal Processing for Feedback and Feedforward in Quantum Computing and Communication, arXiv:1709.01030.
- [5] D. Ristè, et al. Digital feedback in superconducting quantum circuits, arXiv:1508.01385.
- [6] P. Campagne-Ibarcq, et al. Open Access Persistent Control of a Superconducting Qubit by Stroboscopic Measurement Feedback, *Phys. Rev. X* 3, 021008 (2013).
- [7] D. Ristè, et al. Feedback Control of a Solid-State Qubit Using High-Fidelity Projective Measurement, *Phys. Rev. Lett.* 109, 240502 (2012).
- [8] R. Vijay, et al. Stabilizing Rabi oscillations in a superconducting qubit using quantum feedback. *Nature* 490, 77 (2012).
- [9] Z.K. Mineev, et al. To catch and reverse a quantum jump mid-flight, arXiv:1803.00545.
- [10] <https://www.research.ibm.com/ibm-q/>

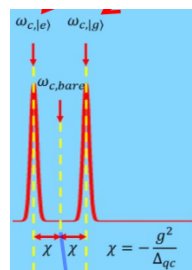
第 5 章 量子芯片操控信号的优化

在 3.1 节，我们得到了 qubit 操控的脉冲形式以及施加方法。操控信号都是由经典硬件产生的，不可避免地与实际信号之间存在差距。信号的缺陷不仅会导致操作保真度的下降，而且会对 qubit 的退相干产生影响。本章我们将从 qubit 基本测控流程出发，改善 qubit 的操控信号以及测控流程以提高 qubit 的相干时间。

5.1 Qubit 基本参数的提取

5.1.1 读取腔的基本表征

首先是对读取腔进行基本表征。由公式 (2.4.16) 可知，当读取腔的光场极弱时，由于 transmon 的贡献，光场能级会产生 dispersive shift $\chi = \omega_{c,|0\rangle} - \omega_{c,|e\rangle}$ ，同时腔的耗散也会受到 qubit 的 Purcell effect 的影响（qubit 也受到腔耗散的影响）。但是在极大光场下，transmon 的贡献可以完全忽略，此时可以把读取腔看成一个经典光场，从而获得它的固有性质 $\omega_{c,bare}$ 以及 $\kappa_{c,bare}$ 。



見圖 2.4.3(a) 的 case, 即不考慮 qubit 高階能級貢獻時的 case

在实验中，我们对读取腔施加 probe 信号，并使用网络分析仪 Agilent E5071C 测量在不同信号功率下 probe 信号经过读取腔后散射矩阵 S_{21} 的幅值与相位的变化，以提取光场的基本参数，见图 5.1.1。图中横轴为 probe 信号的频率 f_s ，纵轴为信号功率 P_s 。该样品为一个 transmon 与一个读取腔耦合的测试芯片。一般情况下，施加到读取腔的 probe 信号的功率范围是 -120dBm 至 -100dBm，-120dBm 的信号功率对应 100 个光子左右，而 -100dBm 时读取腔已经转变为经典光场。 $P_s = -120 \text{ dBm}$ 时，通过拟合 $S_{21} - f_s$ 曲线，我们得到读取腔的谐振频率约为 $f_{c,|0\rangle} \approx 5.5762 \text{ GHz}$ ； $P_s > -105 \text{ dBm}$ 后读取腔过渡为经典光场，在过渡过程中读取腔的谐振频率逐渐提高并稳定至 $f_{c,bare} \approx 5.5781 \text{ GHz}$ 。该实验中 transmon 的能级设在 7 GHz 附近，因而 dispersive shift 是负的。从读取腔的基本表征中，我们能够获得四项重要信息：

- (1) 读取腔的 $\omega_{c,bare}$ 以及 $\kappa_{c,bare}$ ，是否符合预期设计；
- (2) qubit 是否工作；
- (3) 如果 qubit 工作，读取腔的性质 $\omega_{c,|0\rangle}$ 以及 $\kappa_{c,|0\rangle}$ ；
- (4) 同时我们能够基于设计的耦合强度（具体见附录 B）大小以及 dispersive 的大小，估算出 qubit 的频率范围，是否符合预期设计。

若估算出 g ，再由 qubit 偏移的大小 χ ，即可估算 qubit frequency

high power往右偏, X為負, 因此 $f_q > f_c$ (注意準則, 打high power, peak往qubit方向偏移)

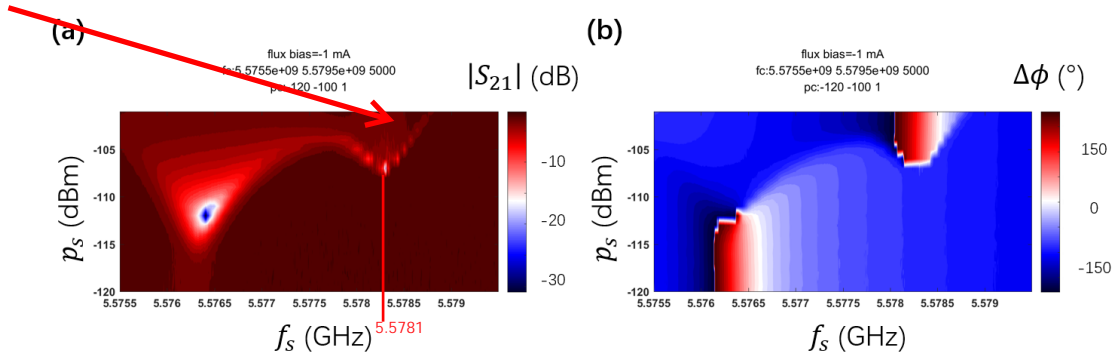


图 5.1.1 使用网络分析仪获取的读取腔散射矩阵的 (a) 幅值 (b) 相位响应随信号功率的变化。

5.1.2 Qubit 可调性的表征

其次是对 qubit 的 flux 可调性进行表征。为了有效探测到 qubit 频率的变化，我们需要将 probe 信号的功率设在低于 100 个光子的水平。腔内光子数 n_{prob} 的计算公式为：

$$n_{prob} = \frac{2P_{prob}\kappa_{ex}}{\hbar\omega_{prob}} \frac{1}{\kappa^2 + 4\Delta^2} \quad (5.1.1)$$

式中 P_{prob} 为 probe 信号到腔内的功率, $\Delta = \omega_{prob} - \omega_{c,|0\rangle}$ 为 probe 信号的 detuning, κ_{ex} 为读取腔的端口耗散率, $\kappa = \kappa_{ex} + \kappa_{int}$ 为读取腔包含内部耗散在内的总耗散率。

固定 probe 信号的频率与功率后, 对 qubit 施加外磁通调制, 使得 qubit 的频率产生周期性的变化, 详见公式 (2.2.6) - (2.2.18)。由于读取腔的 dispersive shift 与 qubit 频率相关, 因而也能看到对应的周期性变化过程:

$$\chi = -\frac{g^2}{\Delta_{qc}} = -\frac{g^2}{\omega_q - \omega_c} = -\frac{g^2}{\omega_{q,max} \sqrt{\cos\left(\frac{\pi\Phi_x}{\Phi_0}\right)} - \omega_c} \quad (5.1.2)$$

$E_{01} \approx \sqrt{8E_J E_C} - E_C$ EJ 正比於 I_C
 $I = I_C (\sin \phi_a + \sin \phi_b) = 2I_C \cos\left(\frac{\pi\Phi_x}{\Phi_0}\right) \sin\left(\frac{\phi_a + \phi_b}{2}\right)$

改变电压源的输出电压 V_{flux} 以调制 Φ_x , 并使用网络分析仪观察 probe 信号的响应, 即可获得周期性变化的读取腔腔频 $f_{disp,|0\rangle}(V_{flux})$, 见图 5.1.2, 该样品的 qubit 上限频率设计在 5.5GHz 左右。为了避免过大调制电流导致的线路发热, 我们都是从零开始施加 V_{flux} , 并时刻观察制冷机的 mc 层温度。如果 mc 层发热并超过了 50mK, 则我们记下对应电压数值, 在实验时 V_{flux} 会控制在该数值以下。

調製 V_{flux} 時應注意事項

从图中我们可以得出该测试芯片的读取腔频率在 6.48GHz 左右, 随着 V_{flux} 的调

制最高能达到 6.483GHz 左右，调制周期大约是 1.6V/2.5kΩ，并且磁场零点不在外磁通零点处。(在周期中有一段非常平坦的区域，在该区域中用于 qubit 频率被

调至非常低，因此读取腔腔频没有发生明显变化)。尽管理论上 $\omega_q =$

$\omega_{q,max} \sqrt{\cos\left(\frac{\pi\Phi_x}{\Phi_0}\right)}$ 可以调到零，但实际因结构设计以及加工工艺会引入寄生参数，

导致 qubit 频率下限的抬升。从 qubit 的 flux 可调性表征中，我们能够获得以下七项基本信息：

- (1) qubit 磁通调制线是否正常工作；
- (2) 如果磁通调制线正常工作，那么其电流调制周期是多少，是否符合预期设计；
- (3) 系统剩磁多少，系统磁噪声是否过大；若有 noise 则曲线会有很大的 fluctuation
- (4) 固定 V_{flux} ，长时间测量读取腔腔频，观察其是否波动，以衡量电压源以及降噪电路是否稳定；
- (5) $f_{disp,|0\rangle}$ 的调制范围，是否出现调制曲线劈裂，如果劈裂，则表示 qubit 的频率能够调制到 $f_{c,bare}$ 以上；
- (6) 如果没有劈裂，qubit 调制频率的上限大概是多少，对应 V_{flux} 的大小，此处是 qubit 频率最高处，也是它的 flux insensitive point，退相干时间最长，但能量弛豫时间可能是最短的 (Purcell effect 的影响)，设定 V_{flux} 在该位置作为 qubit 的工作区间；
- (7) 如果一块量子芯片上同时包含几个 qubit，分别对应一个读取腔，则在调制其中一个 qubit 的频率时，其余 qubit 的读取腔频率是否发生变化，如果有，则说明系统存在严重的磁通串扰，需要改进芯片结构、加工工艺与封装。

一个周期 frequency

应该说若有劈裂,表示qubit频率有跟cavity (bar) frequency相交 (说调到她以上也没错,因为f_q本来就是由零往上调)

见白色箭头

这会接近cavity的 bare frequency, 此時的fq是5.1.2式中 cos值=0時,故此時分母很大且處在max(-w_c) 故X會很小,但還不能把他當成bare frequency 只有在打high power時qubit猶如不存在 而完全沒有dispersive shift效應時的peak才是 bare frequency

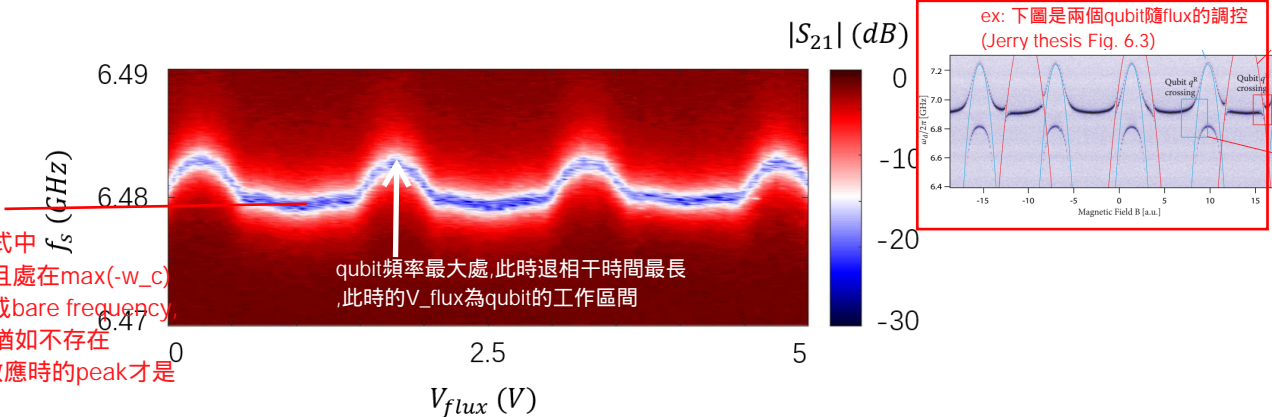
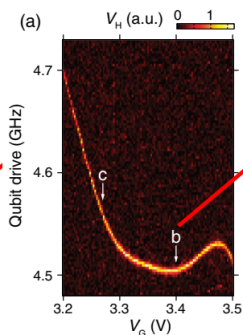


图 5.1.2 设定 $P_s = -120 \text{ dBm}$ ，使用网络分析仪获取的读取腔随着 V_{flux} 的周期性变化。

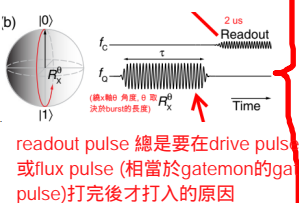
5.1.3 Qubit pulsed readout

Qubit pulsed readout 方法如下：

(1) 确定 qubit 较精确的能级频率。设定 ^{DC} flux offset 电压大小，以固定 qubit 的基准工作频率。再使用 flux pulse 小范围调整 qubit 的频率。在 flux pulse 生效时间段内，在 XY-control 通道上施加 qubit drive pulse。Qubit drive pulse 关闭后，对读取腔施加 probe pulse，并使用数据采集卡采集返回的 readout out signal。以上整个流程重复若干次，每次仅调整 drive 频率。当 drive 频率与 qubit 能级（也有可能与其他串扰耦合的模式产生反应）相等时，drive 信号就能使 qubit 激发，最终 qubit 处于 $|0\rangle$ 态与 $|1\rangle$ 态的混合态，并引起读取腔的频移。分析采集到的 probe 信号随 drive 频率的关系，即可在特定 drive 频率处观察到对应的信号量变化，再加以筛选即能确定 qubit 的能级频率。



(2) 修正、校准脉冲的时序关系。Flux pulse、drive pulse、readout pulse，以及数据采集卡接收数据的起始时刻，都需要严格控制。在 flux pulse 持续期间，qubit 频率会变化，与读取腔的相互作用也会变化，如果在这个时候读取会导致信噪比急剧波动，甚至导致根本无法分辨此时 qubit 的状态为了补偿，我们必须要在每一个 flux pulse 持续时间内重新选取 readout pulse 的参数，而这既浪费时间，也是毫无必要的。因而我们需要在 flux pulse 结束之后施加 readout pulse，以确保读取信噪比稳定。此外，由于 flux pulse 对应 qubit 频率，因此 drive pulse 必须在这段时间内施加才有效。需要注意的是，整个线路的长度大约是 4-6m，微波信号通过会产生 20-40ns 的延时，再加上脉冲在量子芯片上的额外延时，最后 readout pulse 到达数据采集卡的时刻相对会滞后 60-100ns 左右。我们需要实验测得滞后时间以修正数据采集卡接收数据的起始时刻。



最终，整个实验的时序关系如下：flux pulse 结束后立即施加 readout pulse，drive pulse 整体包含在 flux pulse 内部，读取仪器的接收时刻相对于 readout pulse 的输出时刻有一固定延时 見藍色箭頭 图 5.1.3 给出了对一个 transmon qubit 进行读取的典型脉冲时序关系图。为了实现图中效果，我们需要用到两种重要的仪器：延时触发器 DG645 以及铷钟 FS725，前者用于实现触发同步，后者用于实现时钟同步。在做多比特实验时，触发同步与时钟同步尤为重要，此外，还需要考虑每一条线路的固有延时。

(3) 优化 readout pulse。由于 readout pulse 直接决定了读取信噪比，所以我们在找到 qubit 能级频率后需要对 readout pulse 实施优化，以获得每个 qubit 最佳的读取保真度。优化内容包括包括 pulse 频率、pulse 包络与幅度、pulse 宽度。此外，我们需要优化数据采集卡接收的数据长度，因为在 qubit 有限相干时间以及经典线路的影响下，并不是所有的数据都包含 qubit 的有效信息。

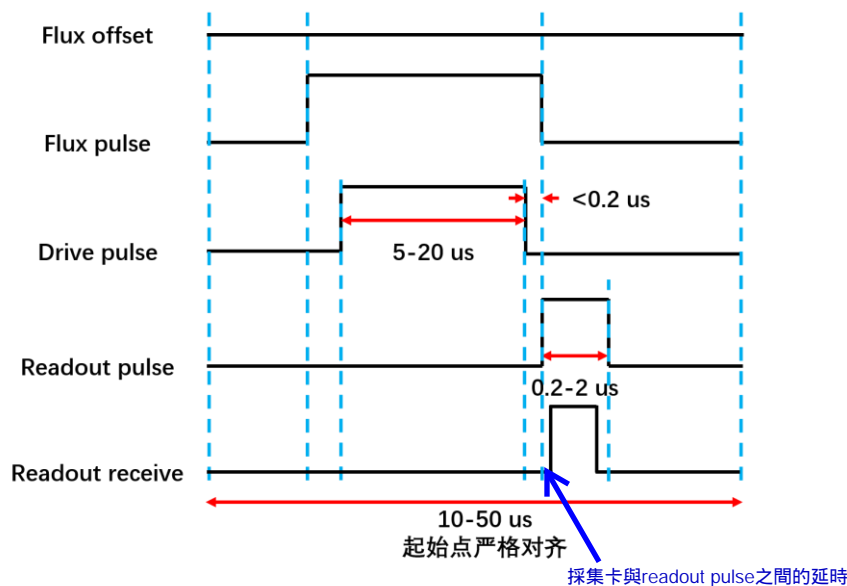


图 5.1.3 典型的单比特读取脉冲时序关系图。

5.2 IQ 混频器的优化

5.2.1 IQ 混频器

見圖3.2.3
和3.2.4

IQ 混频器是用来实现 IQ 上变频调制的微波器件，在 qubit 操控中，它在生成 XY-control 以及 readout 信号中不可或缺。IQ 混频器是一个四端口器件，包括 I/Q 输入端、IF 输入端以及 RF 输出端。它的内部结构如图 5.2.1，可见，它实际上是由两个普通混频器、两个功分器以及一个 90°移相器构成的矢量混频网络。

IQ 混频器正常用法为通过 I/Q 的输入信号调制 LO 信号，调制后经 RF 输出。同时它 also 支持通过 LO 输入将 RF 输入的信号解调后再分别通过 I/Q 通道输出。

理想情况下，I/Q 通道的输入耦合是 1:1 权重，移相器也是理想的 90°相位差。这时候我们可以轻易地计算出输入输出信号之间的关系。首先我们考虑持续信号的情况。假设 LO 输入的信号为 $\cos(\omega_{LO}t)$ ，I/Q 输入的分别为 $I \cos(\omega_{IF}t + \phi)$ 以及 $Q \sin(\omega_{IF}t + \phi)$ ，则最终 RF 输出的信号为

$$\begin{aligned}
 V_{A_{RF}}(t) &= \frac{1}{2} \cos(\omega_{LO}t) I \cos(\omega_{IF}t + \phi) + \frac{1}{2} \cos\left(\omega_{LO}t + \frac{\pi}{2}\right) Q \sin(\omega_{IF}t + \phi) \\
 &= \frac{I+Q}{4} \cos((\omega_{LO} + \omega_{IF})t + \phi) + \frac{I-Q}{4} \cos((\omega_{LO} - \omega_{IF})t - \phi) \quad (5.2.1)
 \end{aligned}$$

即IQ输入时所带的
相位 ϕ

令 $I = Q$ ，则我们可以把原始信号从 $\cos(\omega_{LO}t)$ 调制到频率 $\omega_{RF} = \omega_{LO} + \omega_{IF}$ 上，同时通过 I/Q 的输入信号相位调制 $A_{RF}(t)$ 的相位，我们成为相位调制模式。从 3.1 节我们已知， $A_{RF}(t)$ 的相位决定了 qubit 在 Bloch 球的 XY 盘面上的旋转轴方向，进而决定了 1q-gate 的参数。

因此完成上变频，且输出的相位可调控（用 I/Q 的输入），因此决定要绕 x 轴转还是绕 y 轴转

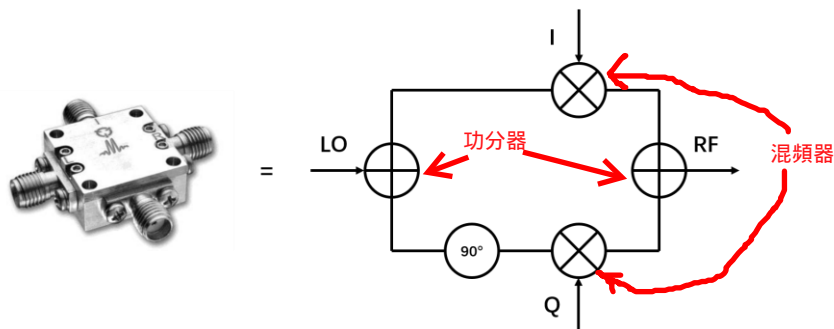


图 5.2.1 IQ mixer 及其内部等效电路。

在此I和Q都是DC電壓輸入

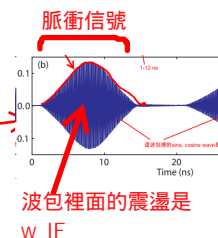
I/Q 通道上同样可以实施电平调制，此时最终的输出信号为

$$A_{RF}(t) = \frac{1}{2} \cos(\omega_{LO}t) I + \frac{1}{2} \cos\left(\omega_{LO}t + \frac{\pi}{2}\right) Q = \frac{\sqrt{I^2+Q^2}}{2} \cos(\omega_{LO}t + \phi) \quad (5.2.2)$$

式中 $\phi = \cos^{-1} \frac{Q}{\sqrt{I^2+Q^2}}$ 。可见此时我们同样可以通过 I/Q 通道施加的电平高度来调制 RF 输出信号的相位。但这种方式实际上不可取，后面我们会分析到。

其次我们考虑脉冲调制的情况。此时 LO 输出的信号依然是持续微波信号 $\cos(\omega_{LO}t)$ ，但是 I/Q 输入的为频率 ω_{IF} 的脉冲信号。最简单的是方波包络的脉冲信号，此时可认为 I/Q 在一段时间内输入 $I \cos(\omega_{IF}t + \phi)$ 以及 $Q \sin(\omega_{IF}t + \phi)$ ，在其他时间输入为 0。则 RF 通道的输出信号在 I/Q 有输入时为 (5.2.1) 式或者 (5.2.2) 式形式，在其他情况下输出为 0。

見圖3.2.3, 他就是用這個方式讓AWG進入I/Q產生波包,進而產生XY-control用的波包微波源



5.2.2 IQ 混频器的修正

1. 实际情况下，IQ 混频器具有多种缺陷：LO 通道到 RF 通道间存在直接的泄露，泄露程度与 LO 频率相关；I/Q 的实际权重比随着 IF 频率波动；移相器实际相位与 LO 频率相关；混频器各个端口的 $VSWR > 1$ 且随通道信号的频率波动很大；因而实际情况下，输出信号中同时包含 $\omega_{LO} \pm \omega_{IF}$ 项以及 ω_{LO} 项，甚至包含 $\omega_{LO} \pm k\omega_{IF}$ 项等更高阶边带项。

本來應該只有 $\omega_{LO} + \omega_{IF}$ 項

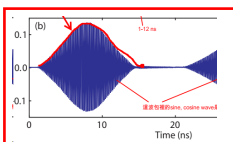
在脉冲调制情况下，I/Q 输入为 0 时，输出信号中也有不为零的 ω_{LO} 项泄露过去，而且脉冲形状会严重恶化。这样的信号输送到量子芯片，会带来诸多后果。首先是 边带项，它们更加靠近 qubit 的高阶激发态，或者邻近 qubit 的某个能级，因而引起 operation induced excitation；其次是脉冲调制情况下的输出泄露信号，该信号持续施加在 qubit 上，积累在 qubit 的旋转相位角上，造成操作保真度的下降，而持续的信号驱动也会使 qubit 退相干过程加速；脉冲的变形则会产生 qubit 操控的非绝热项，带来操作保真度的下降。

就是說在不該有波包的時候還是一直有波包,造成qubit一直在旋轉

此时我们需要对 I/Q 混频器进行修正。修正方法如下：

(1) LO-RF 信号泄露修正

由于 IQ 混频器的 LO-RF 通道间的隔离度有限，而且实际情况下 LO 通道都



這就是上一頁最下面我紅字所說的

需要大功率信号输入，因而 RF 输出通道会有可观的 LO 信号泄露过去。如果 I/Q 通道使用幅度调制方法，则在实施脉冲调制时，脉冲内外都有可观的 ω_{LO} 项输出。而实际情况下 $\omega_{LO} \approx \omega_{01}$ ，这也就意味着，哪怕脉冲被关闭了，qubit 依然被一个可观的 drive 信号驱动着，持续地在 Bloch 球上旋转，一方面造成单比特门保真度的下降，另一方面会导致 qubit 更快地弛豫，导致 T_1 的降低。

LO-RF 泄露的原因在于混频器电路未做好，I/Q 输入的实际零点偏离设计值。因而补偿方法也很简单——在 I/Q 通道输入 DC 分量的 offset 即可，但同时，I/Q 通道一定要用相位调制而不是幅度调制的工作模式，因为幅度调制与 offset 是不可区分的，无法独立调节，此外幅度调制方法无法同时优化 LO 泄露以及 I/Q 权重。在量子芯片中 qubit 数目较少时，也可以使用矢量源来替代 IQ 混频器实现更好的 LO-RF 隔离抑制。但是商用矢量源成本高昂，针对多 qubit 芯片的测试，我们推荐实用在第四章介绍的量子芯片专用反馈测控系统，它具有 20 个矢量源输出通道并可以进一步扩展通道数，实用高效。

(2) I/Q 权重修正

LO 输入后的功分器以及 I/Q 输入后的混频器，以及 RF 输出前的功分器均不是理想器件。其性能随输入信号的频率波动。这样使得原本 $I = Q$ 能够实现的调制效果恶化。输出信号中会同时携带可观的 $\omega_{LO} - \omega_{IF}$ 项，如果刚好芯片中在该频率处存在一个能级那就非常糟糕了，哪怕没有，都有可能因为增加了系统中的光子数而引起 AC stack 效应，使得 qubit 频率变化，从而引起 dephasing。

I/Q 权重的修正方法为使得 $I = (1 \pm \delta)Q$ ，从而补偿不同的 I/Q 权重。

(3) 相位修正

同样地，如果 90° 移相器不标准，则公式 (5.2.1) 将必须修正，否则输出信号会携带 $\omega_{LO} - \omega_{IF}$ 项。修正方法为使得 I/Q 输入信号间额外引入相位差 $\delta\phi$ 来修正。

完成 offset 修正后，公式 (5.2.1) 被修正为

$$\begin{aligned}
 A_{RF}(t) &= A \cos(\omega_{LO}t) k_I I \cos(\omega_{IF}t + \phi) \\
 &\quad + B \cos(\omega_{LO}t + \phi_0) k_Q Q \sin(\omega_{IF}t + \phi + \delta\phi) \\
 &= \frac{Ak_I I}{2} \cos((\omega_{LO} + \omega_{IF})t + \phi) \\
 &\quad + \frac{Bk_Q Q}{2} \sin((\omega_{LO} + \omega_{IF})t + \phi + \phi_0 + \delta\phi) \\
 &\quad + \frac{Ak_I I}{2} \cos((\omega_{LO} - \omega_{IF})t - \phi) \\
 &\quad - \frac{Bk_Q Q}{2} \sin((\omega_{LO} - \omega_{IF})t - \phi + \phi_0 - \delta\phi) \quad (5.2.3)
 \end{aligned}$$

上式有优美并且简洁输出的修正方法为：首先令 $\phi_0 - \delta\phi = \frac{\pi}{2}$ ，其次令 $Ak_I I =$

者是 dephasing 过程 (对应 T_2)。Dephasing 可以看成是 qubit 频率因噪声产生波动 $\delta f(t)$ ，经历时间 Δt 积累后产生的相位误差 $\delta\phi$ 的效应。我们需要知道 qubit 频率的

qubit 频率变化而产生 dephasing, 见 35 页

见 18 页

$Bk_Q Q$ ；这样公式 (5.2.3) 化简为

$$\begin{aligned} A_{RF}(t) &= \cos(\omega_{LO}t) \cos(\omega_{IF}t + \phi) + \cos(\omega_{LO}t + \phi_0) \sin\left(\omega_{IF}t + \phi + \phi_0 - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= \sin(\phi_0) \sin((\omega_{LO} + \omega_{IF})t + \phi + \phi_0) \end{aligned} \quad (5.2.4)$$

可见，我们是能够通过单独调节 I/Q 信号的相对相位以及相对幅度的方式实现权重与相位的独立修正优化。并且在优化过后，RF 输出信号的调制关系与 I/Q 输入信号的相位依然保持线性的依赖关系。这是我们实现高保真度 1q-gate 的保障。

(4) 阻抗修正

IQ 混频器是一个非线性器件，所以它的每个端口都是阻抗不匹配的。端口 $V_{SWR} > 1$ 会导致一部分信号反射回去。这个特性在 qubit 操控上影响巨大。由于 qubit 逻辑门操作依赖的是脉冲信号，而脉冲被反射意味着脉冲会变形，比如出现极大的上升沿过冲与下降沿后冲，甚至脉冲无法通过混频器，最终导致 qubit 操控失败。补偿方法是在 IQ 混频器各个端口处接入 3dB 衰减器。3dB 衰减器是一个效果很好的阻抗调节器，在 3.2 节中，3dB 衰减器被大量用在 HEMT、室温放大器、各类混频器的端口处。

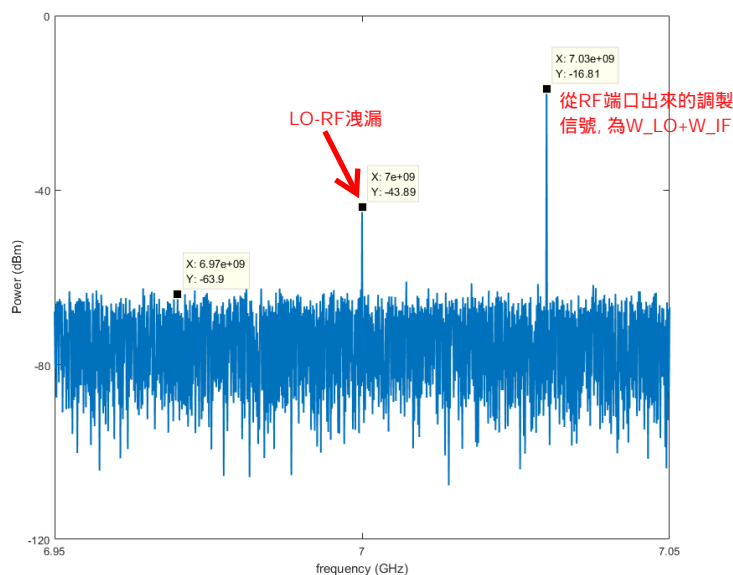


图 5.2.2 使用频谱仪校准 IQ 混频器。

IQ 混频器的修正通过频谱仪来实现，见图 5.2.2。我们使用微波源施加指定频率微波到 IQ 混频器的 LO 通道，在 I/Q 通道输入持续的调制信号，将 RF 输出通道接入频谱仪进行检测。通过调节 I/Q 通道输入的信号，使得本底频率以及镜像频率的信号幅度低于设计调制频率信号幅度以下，即实现了修正效果。此外，我们还要注意 I/Q 输入的信号不能加到过大，否则混频器产生非线性的调制，引

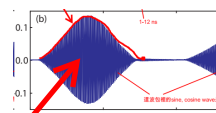
起高阶边带项的增大，造成更多问题。通常 I/Q 输入幅度不超过 0.5 V。在图 5.2.2 中，通过修正，LO-RF 泄露 (7 GHz) 被降低至比调制信号 (7.03 GHz) 低 28 dB 的程度，而因 I/Q 权重以及相位畸变引起的镜像 (6.97 GHz) 已经被压制到噪声本底的程度。



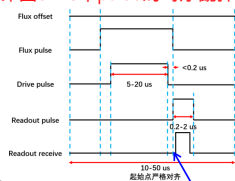
5.3 Qubit 操控信号的优化

5.3.1 Qubit 能谱测量

在开展 qubit 实验的时候，首先是读取腔的基本表征以及 qubit 可调性的测试。完成这些基本工作后首先我们需要确定的是 qubit 的能级频率。我们需要实施 qubit pulsed measurement，即通过改变 qubit drive pulse 的频率 f_d ，来获得读取腔对其的响应，对应地我们得到的数据被称为 qubit 能谱。但有时候我们根本得不到正常的能谱数据，要么是随机波动的杂乱信号，要么什么都没有。可能的原因有：



即圖 5.1.3 中 pulse 的時序亂掉



(1) 测控系统的触发同步失效。此时我们需要借助示波器观察测控系统中所有仪器的输出信号是否具有对齐的时序，如果时序混乱则表示延时触发器没有工作，需要重新配置；如果时序稳定但是偏离设定值过远则也需要进行调整，直到时序控制在合理范围内。

(2) Drive 功率过大。此时 qubit 的高阶激发态，以及因串扰耦合的芯片上其余结构的能级均会作用到读取腔中，导致测到的能谱异常复杂，而 qubit 本身能级峰反而可能因为功率展宽过大导致测不到。我们需要一步步降低 drive 功率，首先排除与 drive 功率无关的信号，这些是与 drive 信号通道无耦合的串扰模式；其次是观察随 drive 功率变化的信号中是否有等间隔的一组信号峰，其中频率最高的峰即对应 qubit 能级频率，其余的均为高阶激发态。实际操作时必须严格控制 drive 功率。

- (3) Drive 功率过小。此时能谱除了噪声波动没有信息。增大 drive 功率。
- (4) Probe 信号对 qubit 状态不敏感。微调 probe 信号的频率并适当增大 probe 功率以获得更加的读取信噪比；同时增大平均次数。
- (5) 采集卡测量的是无效数据。由线路延时导致，采集卡所测到的数据可能并非 probe 信号而是噪声；或者因为 qubit 相干时间过短，probe 信号施加到读取腔时 qubit 已经弛豫到基态，此时需要把 probe 时序前移；此外，如果采集卡采集的数据过长，则 qubit 退相干引起的原始信号幅度变化也会导致采集的效率与质量下降，此时需要缩短采集卡的测量时间。

(6) 高阶激发态谱线不可消除。最有可能的原因是 IQ 混频器的隔离度修正未调好导致实际影响到 qubit 的 drive 信号过大。通过 5.1 节的方式进行优化，最终即可实现可控观测/消除高阶激发态谱线。

在开展 qubit 能谱测量时，我们都是先给出一组通用的实验参数，然后通过以上流程排查问题并优化实验参数以改善测量结果。优化流程前后的典型 qubit 能谱对比数据如图 5.3.1 所示。

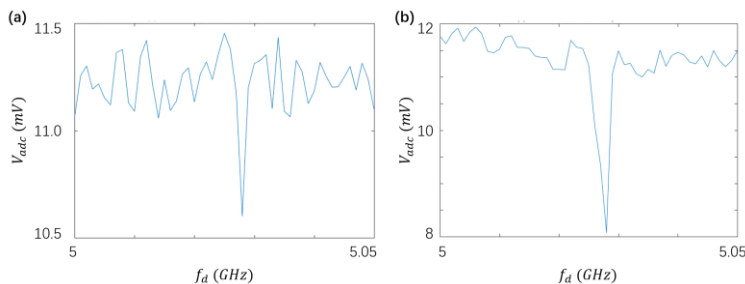


图 5.3.1 (a) 一条需要优化的能谱数据，在该数据中，drive 功率合适，也测到了 qubit 能谱在 5.027GHz 附近，但是能谱噪声较大，并且信噪比不高；(b) 优化后的能谱数据，我们将 probe 功率增大了 2dB，微调了 probe 的频率，并缩短了采集卡所采集的数据长度（从 900ns 缩短至 600ns）。我们可以看到，能谱本底有一定程度的提高，但其抖动大幅降低，同时 qubit 能谱的有效信号增大，读取信噪比大幅提高。

5.3.2 qubit drive 频率的优化

qubit 频率的 fluctuation 是退相干的主要来源

从第 2.6 节就已经知道，qubit 退相干来源于 qubit 相位的不稳定性，qubit 相位的波动则来源于 qubit 频率的波动。在此有两层意义。首先是 qubit drive 的频率一定要足够精确，其次是 qubit drive 的频率波动一定要足够小。

Qubit drive 是用于实现 XY-control 的，在 3.1 节的时候已经研究过其哈密顿量形式。如果 qubit drive 的频率与 qubit 真实频率存在 detuning，则在操作期间，旋转轴的方向是在持续变化的。令 $\theta_d = 0$ ，这样研究的就是实际的 $R_y(\theta)$ 操作：

使 qubit 绕 x 轴转动的 qubit drive 哈密顿量 (在 qubit drive 频率与 qubit 频率有 detuning 的情况下)

$$\hat{H}_d = -\frac{\hbar}{2}\Omega_d[\cos(\Delta_d t)\sigma_x - \sin(\Delta_d t)\sigma_y]$$

$$\hat{H}_d \approx -\frac{\hbar}{2}\Omega_d[\cos(\Delta_d t + \theta_d)\sigma_x - \sin(\Delta_d t + \theta_d)\sigma_y] \quad (5.3.1)$$

假设在操作持续时间 Δt 内，有 $\Delta_d \Delta t = \Delta\theta \ll 1$ ，则近似地我们依然能够使用以下表达式获得对应操作算符的主要作用项：

$$U \approx e^{\frac{i\Omega_d}{2}\left\{\frac{\sin\Delta\theta}{\Delta_d}\sigma_x + \frac{\cos\Delta\theta - 1}{\Delta_d}\sigma_y\right\}}$$

$$H = \hbar\omega_{bus}a^\dagger a - \sum_i \frac{\hbar}{2}\omega_i \sigma_i^z + \sum_i \hbar g_i (a\sigma_i^+ + a^\dagger \sigma_i^-) \quad (2.5.3)$$

量子数据总线的光场
处理，施加单位正则变换
个别 qubit 的原子能级
个别 qubit 和数据总线的耦合

$$U = \exp\left[\sum_i \frac{g_i}{\Delta_i}(a\sigma_i^+ - a^\dagger \sigma_i^-)\right] \quad (2.5.4)$$

$$= \cos\left[\frac{\Omega_d}{\Delta_d}\sin\frac{\Delta\theta}{2}\right] + i \sin\left[\frac{\Omega_d}{\Delta_d}\sin\frac{\Delta\theta}{2}\right]\left(\cos\frac{\Delta\theta}{2}\sigma_x - \sin\frac{\Delta\theta}{2}\sigma_y\right) \quad (5.3.2)$$

上式本身就是在对哈密顿量的含时演化过程近似处理得到的，如果再近似到 $\Delta\theta$ 的二阶以上则会变得极其复杂。当然，我们可以写出三阶表达式为

$$U \approx \cos\left[\frac{\Omega_d \Delta t}{2}\left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{24}\right)\right] + i \sin\left[\frac{\Omega_d \Delta t}{2}\left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{24}\right)\right]$$

$$\cdot \left[\left(1 - \frac{\Delta\theta^2}{8}\right) \sigma_x - \left(\frac{\Delta\theta}{2} - \frac{\Delta\theta^3}{48}\right) \sigma_y \right] \quad (5.3.3)$$

但当 $\Delta\theta \ll 1$ 本身成立时我们只需要近似到一阶即可。

$$\begin{aligned} U &\approx \cos \frac{\Omega_d \Delta t}{2} + i \sin \frac{\Omega_d \Delta t}{2} \left(\sigma_x - \frac{\Delta\theta}{2} \sigma_y \right) \\ &= \begin{pmatrix} \cos \frac{\Omega_d \Delta t}{2} & \left(i - \frac{\Delta\theta}{2}\right) \sin \frac{\Omega_d \Delta t}{2} \\ \left(i + \frac{\Delta\theta}{2}\right) \sin \frac{\Omega_d \Delta t}{2} & \cos \frac{\Omega_d \Delta t}{2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.3.4)$$

它对保真度的影响是

$$F = \langle \psi | \rho | \psi \rangle \approx \frac{1 + \frac{\Delta\theta^2}{4} \left(\sin \frac{\Omega_d \Delta t}{2}\right)^4}{1 + \frac{\Delta\theta^2}{4} \left(\sin \frac{\Omega_d \Delta t}{2}\right)^2} \approx 1 - \frac{\Delta\theta^2}{16} [\sin(\Omega_d \Delta t)]^2 \quad (5.3.5)$$

对保真度的影响与实际操作 $R_x(\theta) = R_x\left(\frac{\Omega_d \Delta t}{2}\right)$ 相关。 $\Omega_d \Delta t = \frac{\pi}{2}$ 时 $F \approx 1 - \frac{\Delta\theta^2}{16}$ ，此时因 $\Delta\theta$ 引起的操作保真度下降最严重。

正常情况下，1q-gate 的持续时间 $\Delta t \sim 20\text{ns}$ ，如果想尽可能消除因 drive 频率偏差引起的保真度下降，则至少应有 $|\Delta\theta| \ll 0.01$ ，也就是说 $\Delta_d \ll 2\pi \times 79.6\text{kHz}$ 。

其次，我们再来看 drive 频率的波动对操作的影响。Drive 频率波动主要是由产生 drive pulse 的测控系统以及后续线路引起的，对应的表征指标叫做仪器的相位噪声，我们简称为 LO 相噪。LO 相噪会引起 drive 频率的波动，最后产生等效的 qubit dephasing。

对于一个 qubit，其哈密顿量可写成 $H(t) = [h(t) + \delta h(t)]\sigma$ ，前者为在该表象下的有效作用项，后者为波动项，引起 qubit 相干时间的下降。而 $\delta h(t) = (\delta h_x(t), \delta h_y(t), \delta h_z(t))$ ，其中 $\delta h_z(t)$ 为退相干噪声场，直接影响了退相干过程。

考虑环境退相干与外界操控信号的噪声共存的情况，实际原始哈密顿量如下：

$$H_S = \frac{1}{2} \omega_0 \hat{\sigma}_z + \frac{1}{2} \delta \omega_0(t) \hat{\sigma}_z + \Omega(t) \cos(\omega_{LO} t + \phi_C(t) + \phi_N(t)) \hat{\sigma}_x \quad (5.3.6)$$

上式中 $\delta \omega_0(t)$ 为环境退相干导致的 ω_0 频率波动， $\phi_C(t)$ 为设定的控制相位， $\phi_N(t)$ 为存在于操控信号中的相位波动。 $\phi_N(t)$ 也会导致 ω_{LO} 的等效波动，关系式为 $\delta \omega_{LO}(t) = \dot{\phi}_N(t)$ 。

通过相互作用表象的转化，忽略环境退相干项并令 $\omega_0 = \omega_{LO}$ ，则原始哈密顿量转化为：

$$H_I^{(\omega_{LO}, \dot{\phi}_N)} = -\frac{1}{2} \dot{\phi}_N(t) \hat{\sigma}_z + \frac{1}{2} \Omega(t) \{ \cos[\phi_C(t)] \hat{\sigma}_x + \sin[\phi_C(t)] \hat{\sigma}_y \} \quad (5.3.7)$$

可见，

$$\delta h_z(t) = -\frac{1}{2} \dot{\phi}_N(t) = -\frac{1}{2} \delta \omega_{LO}(t) \quad (5.3.8)$$

因而退相干双边 PSD 具有如下表达式：

$$S_z^{(2)}(\omega) = \frac{1}{4} S_{\delta\omega_{lo}}^{(2)} = \frac{1}{4} \omega^2 S_{\phi_N}^{(2)}(\omega) \quad (5.3.9)$$

该表达式对于单边 PSD $S_z^{(1)}(\omega)$ 依然成立，后者在实际使用时更加方便。

对于产生控制信号的商用微波源来说，一般给出的噪声信息是单边带相噪谱，它与实际相位噪声 PSD 的关系如下：

$$S_z^{(1)}(\omega) = \frac{1}{2} \omega^2 10^{\frac{L(\omega)}{10}} \quad (5.3.10)$$

综上，LO 相噪转化到量子比特退相干可由以下保真度公式[1]表示：

$$\mathcal{F}_{av}(\tau) \approx \frac{1}{2} \{1 + \exp[-\chi(\tau)]\} \quad (5.3.11)$$

其中

$$\begin{aligned} \chi(\tau) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega^2} S_z^{(1)}(\omega) \sum_{l \in x,y,z} G_{z,l}(\omega) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty d\omega S_{\phi_N}^{(1)}(\omega) \sum_{l \in x,y,z} G_{z,l}(\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\omega 10^{\frac{L(\omega)}{10}} \sum_{l \in x,y,z} G_{z,l}(\omega) \end{aligned} \quad (5.3.12)$$

$G_{z,l}(\omega)$ 是和实际操控类型相关的传递函数， τ 是操作时间。对于常见操作，有：

$$\text{Ramsey: } G_{zz}(\omega) = 4 \sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \quad (5.3.13)$$

$$\text{Spin echo: } G_{zz}(\omega) = 16 \sin^4\left(\frac{\omega\tau}{4}\right) \quad (5.3.14)$$

基于对相位噪声影响 qubit 退相干理论的学习，我们发现：近端相噪决定长期稳定性，远端相噪决定短期稳定性。对于 superconducting quantum devices，实际操作都是在 10-1000ns 量级，所以我们应该更多关注 1-100MHz 程度的相噪，当然，近端的相噪在研究的时候也必须考虑在内。

我们将仪器给出的最差标称相噪指标代入公式 (5.3.12)，即可求出 LO 相噪引起的对操作保真度以及 qubit 退相干时间的影响。图 5.3.2 给出了使用本人在第四章研发的量子芯片专用测控系统矢量源模块仪器指标相噪计算出来的的操作非保真度 $(1 - F)$ 随操作时间 T_{gate} 的变化关系，操作种类为 Ramsey。

在初期，基于矢量源模块我们设计了两种方案，对应的微波相噪指标见图 5.3.1 (a)。在计算了相噪对 qubit 退相干的影响后，我们发现 design B 导致的错误率仅为 design A 的十分之一，低至 0.034% 以下，完全满足 surface code 对于操作保真度的阈值要求。我们最后选择的设计方案为 design B。特别地，两个节点相噪指标最为重要，它们分别是偏离频段 1kHz 的相噪以及 1MHz 的指标，这两个指标是使用经典硬件实现高保真度量量子逻辑门操作的关键因素。在我们设计的系统中这两个指标分别为：1kHz 相噪 < -95dBc 以及 1MHz 相噪 < -115dBc。

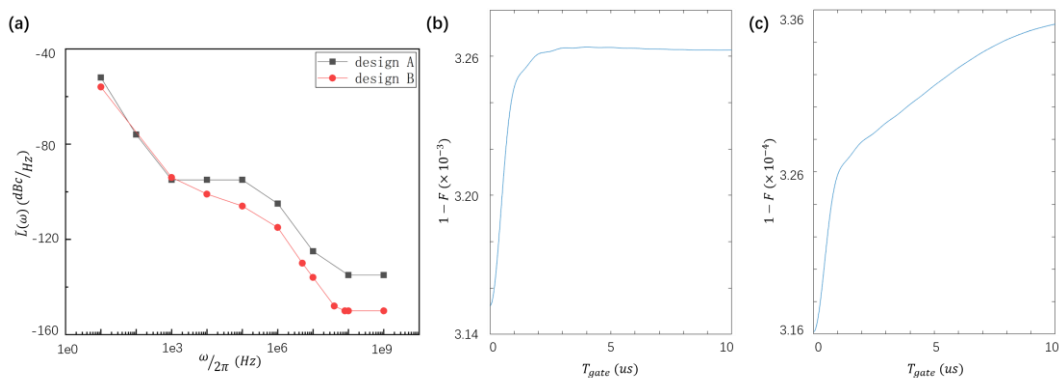


图 5.3.2 (a) 两种测控系统设计方案对应的 LO 相噪以及他们分别对操作保真度的影响， (b) design A； (c) design B，它产生的固有非保真度只有 design A 的十分之一。

5.4 测控流程的优化

在实际 qubit 测控的时候，每一个参数表征的步骤都依赖于几项其他参数的精确性。我们需要从一个合适的出发点开展实验，一步步地获得 qubit 的可靠参数，并基于对某些参数更精确的测试结果优化其余参数。对此我构建了超导量子比特测控的参数依赖图，并基于此优化了测控流程，见图 5.4.1。

实验开展的顺序按照以下流程执行：

- (1) 根据设计的所有 qubit 的读取腔的频段（在我们的 6-qubit 芯片中，读取腔的设计频段为 6.35-6.6GHz，间隔 50MHz），将 J-Amp 增益区间调至对应频段，并优化工作点使得增益/噪声温度比值尽可能最大。
- (2) 表征所有读取腔的基本参数，表征 readout crosstalk。
- (3) 表征每个 qubit 的 flux 调制是否生效，并且将 flux 调制合适位置，并初步表征 flux crosstalk。
- (4) 初步设定读取腔的 readout 参数，初步测量每个 qubit 的能谱。
- (5) 基于 qubit 能谱优化 readout 参数，提高能谱质量，并较精确地获取 qubit 能级频率。
- (6) 基于 IQ-mixer 的修正，实施 Rabi 测量，优化 drive pulse 以在不引起副作用下获得尽可能快的 rabi 操作速率。
- (7) 基于 rabi 标定 π -pulse，该 pulse 可以使得 qubit 在 $|g\rangle$ 态与 $|e\rangle$ 态之间翻转。
- (8) 基于 π -pulse 进一步优化读取腔的 readout 参数，使得对于每个 qubit 而言读取保真度达到最大。
- (9) 标定 $\pi/2$ -pulse，并进一步标定 $R_{x,y}\left(0, \frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 操作。
- (10) 表征 qubit 的相干时间参数，并基于 ramsey 实验进一步精确标定每个 qubit

的精确频率。

- (11) 利用精确标定的 qubit 频率并引入 DRAG 算法，进一步优化 $R_{x,y}(0, \frac{\pi}{2}, \pi)$ ，使得 qubit 在设定工作点的相干时间达到最大。
- (12) 基于近邻耦合，实施 iSWAP-gate 并优化。
- (13) 使用 randomized benchmarking 表征所有 1q-gate 以及 2q-gate 的保真度。
- (14) 制备 GHZ-state，使用 quantum state tomography 表征其保真度与纠缠度。
- (15) 进一步研究更多的量子算法以及演示实验。

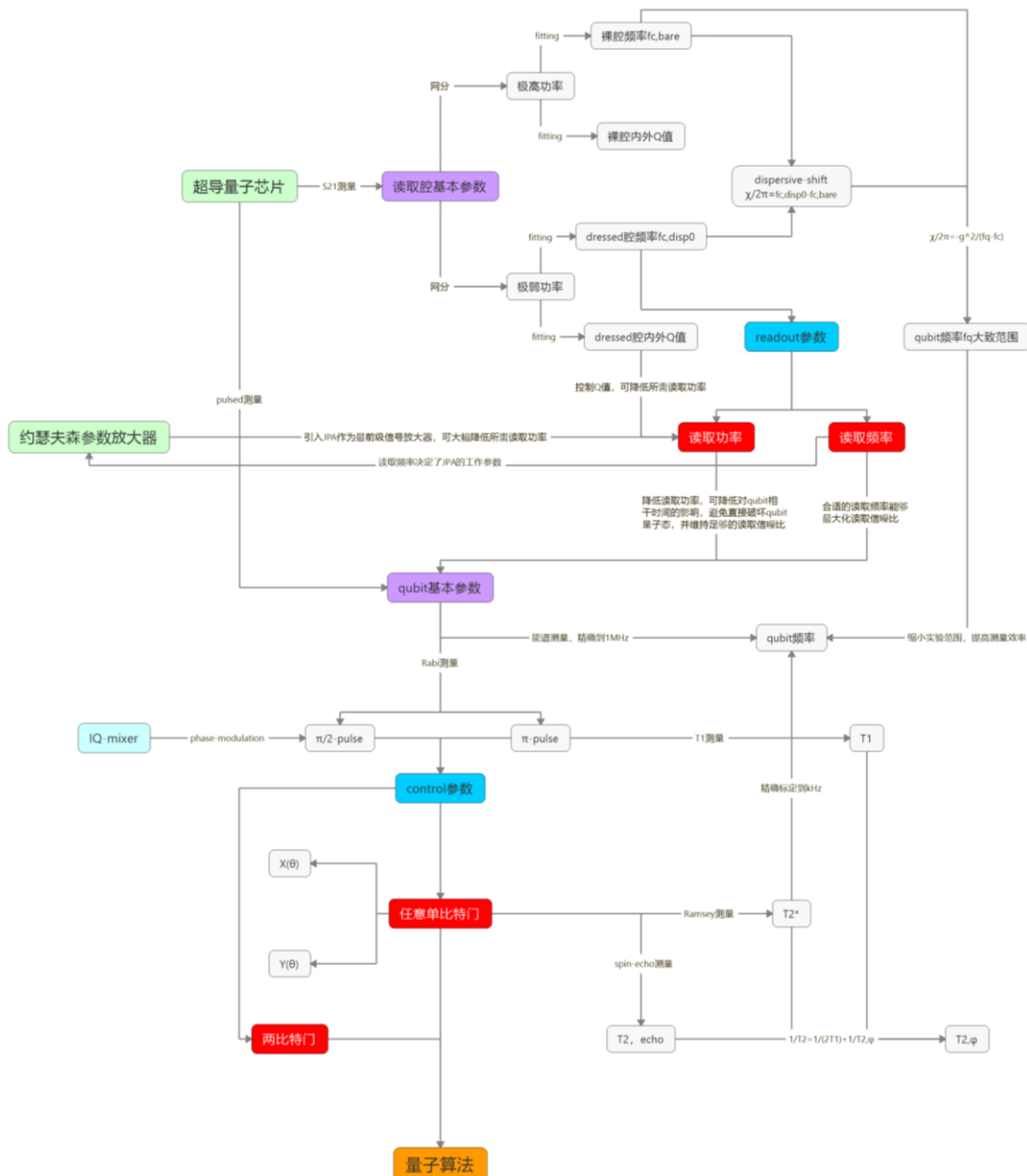


图 5.4.1 超导量子芯片测控以及参数优化的详细框架。

参 考 文 献

- [1] Harrison Ball, et al. The role of master clock stability in scalable quantum information processing, npj Quantum Information 2, 16033 (2016).

第 6 章 总结与展望

本论文围绕改进 qubit 相干时间这个核心目标，对 qubit 的硬件支撑条件展开了一系列的仿真设计、理论分析、系统搭建以及实验研究。通过我们的改进措施，目前我们已经能够将 qubit T_1 延长 10 倍，但是 readout 参数依然没有达到最佳状态。这主要有两个原因，首先是 J-Amp 器件依然没有达到理想的效果，其次是 qubit readout pulse 的优化上我们的做的还不够，因而无法实现国际顶级的 50ns 内 99% single shot readout[1]的效果。具体而言，本人所做的工作可以沿着以下思路进行深入优化与推进：

1. J-Amp 的深入理论探讨。我们需要根据量子芯片的结构设计，设计出最合适的 J-Amp 结构并开发出最优化的工作模式。考虑到 qubit 的扩展，提高 J-Amp 的带宽是一个首要目标。其次，我们要设法进一步提高其增益与饱和功率，以实现更佳的 qubit 读取信号放大效果。
2. Readout 理论的深入研究。由于 qubit 自身在退相干，为了获得更佳的读取保真度，我们要在控制读取脉冲的幅度的同时优化脉冲的形状。通过 grape 算法[2]对 readout pulse 进行持续改进，最好是能够与读取腔的参数建立标准的分析模型。此外，经过后级放大的 readout pulse 会在一定程度上损失 qubit 信息，因而我们同时需要研究并改进 readout demodulation 的窗函数[3]，以获得更佳的读取信噪比。
3. Joint readout[4]的研究。当 qubit 数量增加时，读取腔以及对应 readout pulse 的数量也随之增加，到一定程度必然会出现频率拥挤现象。频率拥挤现象同时存在于 qubit 频率与读取腔频率上。Qubit 频率不能太靠近，否则自身的相互作用难以关断；而在 purcell filter 作用下读取腔的等效带宽 $\sim 2\pi \times 30\text{MHz}$ ，因而读取腔频率也不能太靠近。但如果我们设计出能够同时有效读取多个 qubit 的读取腔，即可一定程度上环境读取腔频率的拥挤。目前我们还没有解决 qubit 频率拥挤的良好方案，但随着研究的进展，未来我们有可能也能掌握对应的改进方法。
4. 新型量子逻辑门的设计。现有 1q-gate 与 2q-gate 的哈密顿量或多或少都会受到 XY-control 以及 Z-control 精度的影响。我希望能够开发出更稳定的相互作用形式，降低逻辑门对操控精度的依赖性，进一步提高操作保真度。
5. 量子纯态的制备。由于环境噪声的影响，qubit 初始处于混态。在低温工作环境的改善下，混态中激发态的成分降低，但依然会存在。通过 quantum reservoir engineering[5]方案，我们可以在合适的环境退相干速率的辅助下施加特定的

外界操控，将 qubit 初态“锁定”在某个特定的态。只要外界操控不改变，qubit 就不会再演化，进而我们能够实现 qubit 的量子态重置以提高操作保真度。

6. Quantum feedback 的实施。在少量 qubit 的体系中，quantum feedback 已经能够实现。但是对于具有大量 qubit 的量子芯片而言，feedback 难度很高。我们希望未来能够借助量子芯片专用反馈测控系统的帮助，实现对多量子比特芯片的 feedback 操控，进而实现实时量子纠错。
7. 一步到位多比特逻辑门的探讨。目前已经有了一些基本的理论与实验方案[6]，可以单次操作实现多个 qubit 的纠缠，但保真度有限。如果能够通过特殊的芯片结构以及相互作用形式的设计，则可以在短时间内实现高保真度的多比特纠缠，进而使得量子信息处理过程更加高效。
8. “飞行比特”的研制。本人在博士期间参考文献[7]的方式设计过一种可行方案，但是还没有实施。基本计划是通过 tunable coupling，实现单光子的无损绝热传输，进而将单光子中保存的信息传到下一个量子体系，但它对单光子信号的质量以及读取装置要求很高。我希望未来能够借助 J-Amp 等量子功能芯片成功实施该方案。
9. 立体封装设计的优化。目前我们使用弹簧针实现信号引出。弹簧针以及金属块件加工精度有限，但仍有改进余量。如果我们使用 flip-chip[7]技术则可以进一步改进信号引出的效果。为了实现该方案，我们需要掌握深硅刻蚀技术，对加工工艺以及工艺设备要求很高。此外，我希望经过严谨的论证，在两年内同时设计出 49qubit 量子芯片以及能够支持 49 位超导量子芯片的立体封装结构。

参 考 文 献

- [1] T. Walter, et al. Rapid High-Fidelity Single-Shot Dispersive Readout of Superconducting Qubits, *Phys. Rev. Appl.* 7, 054020 (2017).
- [2] B. Rowland, et al. Implementing quantum logic gates with GRAPE: principles and practicalities, 10.1098/rsta.2011.0361.
- [3] Jay Gambetta, et al. Protocols for optimal readout of qubits using a continuous quantum nondemolition measurement, *Phys. Rev. A* 76, 012325 (2007).
- [4] Yu Chen, et al. Multiplexed dispersive readout of superconducting phase qubits, *Appl. Phys. Lett.* 101, 182601 (2012).
- [5] Mazyar Mirrahimi, et al. Dynamically protected cat-qubits: a new paradigm for universal quantum computation, *New Journal of Physics* 16 045014 (2014).
- [6] Chao Song, et al. 10-Qubit Entanglement and Parallel Logic Operations with a Superconducting Circuit, *Phys. Rev. Lett.* 119, 180511 (2017).
- [7] Ryotaro Konoike, et al. On-demand transfer of trapped photons on a chip, *Science Advances* 2, 5 (2018).
- [8] D. Rosenberg, et al. 3D integrated superconducting qubits, *npj Quantum Information* 3, 42 (2017).

附录 A 电路谐振腔及其量子化

首先从一个并联 LCR 振荡电路出发, 见图 A.1。当没有额外信号引入时, 由 Kirchhoff 电路定律, 可以得到电容 C 极板上携带的电荷量 q 满足:

$$\frac{d^2q}{dt^2} - \frac{1}{RC} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0 \quad (\text{A.1})$$

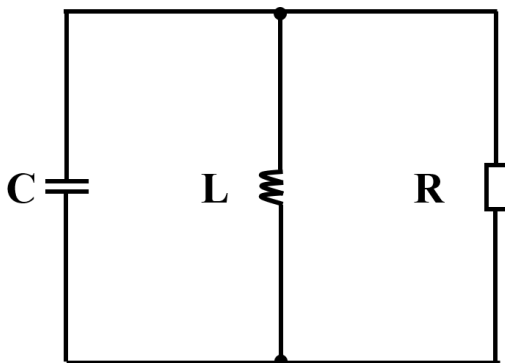


图 A.1 并联 LCR 振荡电路。

此时电荷量 q 具有以下形式解:

$$q(t) = q_0 \exp[i\omega_0 t - \kappa t + \phi] \quad (\text{A.2})$$

其中 $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\kappa = \frac{1}{RC}$ 。可见因为电阻 R 的存在, 原本振荡电路中的能量会逐渐耗尽, 并且耗散率就是 κ 。我们定义振荡电路的品质因为为

$$Q = \frac{\omega_c}{\kappa} = \omega_c RC \quad (\text{A.3})$$

其次, 我们研究一个具有能量耗散率 $\kappa = \frac{1}{RC}$ 的量子化的 LC 振荡电路。LC 振荡电路存储的总能量为 $E = \frac{LI^2}{2} + \frac{CV^2}{2}$, 利用 $V = \frac{q}{C} = -L \frac{\partial I}{\partial t}$, 我们可以写出对应的哈密顿量:

$$\hat{H} = \frac{\hat{\phi}^2}{2L} + \frac{\hat{q}^2}{2C} \quad (\text{A.4})$$

容易证明:

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial \hat{\phi}} = \frac{\hat{\phi}}{L} = I = \dot{q} \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial \hat{q}} = \frac{q}{C} = -\frac{\partial(LI)}{\partial t} = -\dot{\hat{\phi}} \quad (\text{A.6})$$

因此 $(\hat{\phi}, q)$ 恰好为一对广义正则位置、动量变量。因而我们可以轻易将以上哈密顿量改写为量子化形式, 并利用 $[\hat{\phi}, \hat{q}] = i\hbar$, 得到

$$\hat{H} = \frac{\hat{\phi}^2}{2L} + \frac{\hat{q}^2}{2C} = \hbar\omega_C \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) \quad (\text{A.7})$$

$\{\hat{\phi}, \hat{q}\}$ 到湮没算符 $\{a^\dagger, a\}$ 的转化关系为

$$\hat{\phi} = \sqrt{\frac{\hbar Z_{LC}}{2}} (a + a^\dagger) \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{q} = -i \sqrt{\frac{\hbar}{2Z_{LC}}} (a - a^\dagger) \quad (\text{A.9})$$

其中 $Z_{LC} = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 为简谐振子的特征阻抗。可见，量子化后的 LC 振荡电路的哈密顿量是一个简谐振子的形式。

最后，我们再来看看共面波导传输线谐振腔与 LC 振荡电路的关系。谐振腔是分布式的元件，其传输线部分可以等效为无穷多个基本结构单元的串联结构，见图 A.2。每个基本结构单元包含两个复电阻 Z_L 和 Z_C ，并且有

$$Z_L = \frac{1}{\frac{1}{i\omega L} + \frac{1}{R_L}} = \frac{i\omega L}{1+i\omega\tau_L} \quad (\text{A.10})$$

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} + R_C = \frac{1+i\omega\tau_C}{i\omega C} \quad (\text{A.11})$$

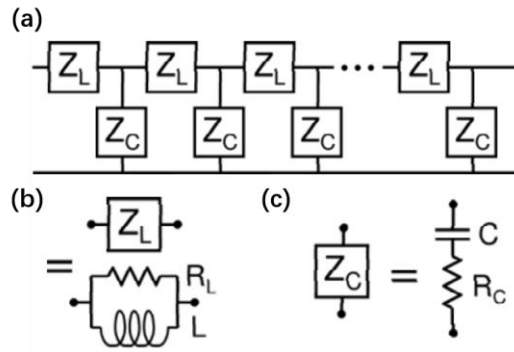


图 A.2 (a) 谐振腔的等效电路结构； (b) (c) 分别为 (a) 中基本单元的等效电路。

其中 $\tau_L = \frac{L}{R_L}$ ， $\tau_C = R_C C$ 。对于传输线无限细分的情况下， L 、 C 无限小，此时应有 $Z_L \rightarrow 0$ 、 $Z_C \rightarrow \infty$ 。由于传输线处处参数均匀相同，在每个基本结构单元的连接处必然有：

$$Z \equiv Z_L + \frac{1}{\frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z}} \quad (\text{A.12})$$

其中 Z 为从任意一个基本结构单元向两侧看去的阻抗。考虑到 $Z_L \rightarrow 0$ ，上式的解为

$$Z = \sqrt{Z_L Z_C} = Z_0 \sqrt{\frac{1+i\omega\tau_C}{1+i\omega\tau_L}} \quad (\text{A.13})$$

其中 $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ 。传输线在设计的时候，必须使得理想情况下线路的阻抗与信号频

率无关，因此在设计时，必须满足 $\frac{L}{R_L} = R_C C$ ，也就是说 $R_L R_C = \frac{L}{C} = Z_0^2$ ，这样就有 $Z \equiv Z_0$ ，典型的，我们使用 $Z_0 = 50 \Omega$ 的设计标准。但是实际加工时，因为有限的工艺精度、衬底耗散、非理性地平面等等因素的影响，上式往往不能满足，从而形成损耗。

在这样的传输线中，信号传输的复传播系数满足

$$\gamma = \sqrt{\frac{Z_L}{Z_C}} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{i\omega L} + \frac{1}{R_L}\right)\left(\frac{1}{i\omega C} + R_C\right)}} \quad (\text{A.14})$$

复传播系数的虚部 $\beta = \text{Im}[\gamma]$ 描述了信号的波相位，对于给定的信号频率 ω ，其相速度为 $v = \frac{\omega}{\beta}$ 。而它的实部 $\alpha = \text{Re}[\gamma]$ 则描述了信号的耗散。由微波工程里的传输线理论，对于任意的负载 Z_{load} ，通过一段长度为 l 的传输线后，其特征阻抗变为

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_{load} + Z_0 \tan \gamma l}{Z_0 + Z_{load} \tan \gamma l} \quad (\text{A.15})$$

对于共面波导传输线谐振腔，其负载要么接近开路（取决于具体的耦合电容大小）要么短路（接地），而另一端必然是接近开路。对应地，

$$Z_{in}^{open} = \frac{Z_0}{\tan \gamma l} \quad (\text{A.16})$$

$$Z_{in}^{short} = Z_0 \tan \gamma l \quad (\text{A.17})$$

由于 $Z_{out} \rightarrow \infty$ ，因而当 $Z_{in} \neq Z_{out}$ 时信号会反射，并多次衰减后耗散。除非满足一系列特定的边界条件，此时信号会在传输线内形成稳定的驻波：负载开路时， $\gamma l = k\pi$ ，或者改写为 $l = k\lambda/2$ ， λ 为频率为 ω 的信号在共面波导结构中传输的等效波长， k 取任意正整数， $k=1$ 时，对应结构称为半波长开路谐振腔；负载短路时， $l = (2k+1)\lambda/4$ ， $k=0$ 时，对应结构称为四分之一波长短路谐振腔。

综上，对于任意信号频率 ω ，都能基于其等效波长设计出对应长度的谐振腔结构，使得信号会在谐振腔内形成稳定的驻波分布，此时信号的耗散是极小的（由传播系数的实部 α 决定）。因此，针对该特定的频率 ω ，共面波导谐振腔结构与 LCR 共振电路完全等效，它们的量子化的形式也是完全等效的。我们在对待共面波导谐振腔与量子体系的相互作用时，可以直接将其简化为单个 LCR 电路与量子比特等效电路的相互作用。

附录 B 微波仿真软件 Sonnet 以及超导量子芯片结构参数的仿真与设计

Sonnet 是一款功能全面、极其精细的微波仿真软件，尤其是应用于平面电路微结构设计等方面，非常适用于量子芯片精细结构的仿真与优化，以及外围较大尺寸的电路板等的设计。Sonnet 软件能够精确地给出任意多端口结构的散射参数，并进而计算出任意尺寸结构的电容电感参数(包括平时会被忽略的寄生参数)，此外还能够绘制出电流密度场的分布，在超导量子芯片的设计中，Sonnet 能够提供非常重要的指导信息。

以一种 transmon qubit 的结构设计为例。如 2.5 节所说，在超导量子芯片的设计中，我们需要精确控制电路参数的大小来实现每一处参数的精确控制。十字型电容在维持总长度不变的情况下，需要满足四个设计指标：达到 transmon qubit 对充电能大小的指标；达到通过十字型电容耦合到 $\lambda/4$ 反射式读取腔的耦合强度大小的指标；达到通过十字型电容直接耦合的两 qubit 之间耦合强度大小的指标；以及达到 qubit 操控通道对其耦合强度大小的指标。

基于公式 (2.4.9) 与 (2.5.2)，我们首先计算出想要的电路参数：

- (1) 对于 qubit， $\omega \sim 2\pi \times 5 \text{ GHz}$ 。指标要求 qubit 的自电容大小为 $E_C =$

$$\frac{e^2}{2C} \sim h \times 240 \text{ MHz}, \text{ 我们得到 qubit 自电容大小的范围 } C \sim 80.5 \text{ fF};$$

這就是我們要的 C_q ，我們的值是 82 fF

- (2) 对于 CPW cavity，假定是 $\lambda/4$ 反射腔，以标准 50 欧姆阻抗设计，

$$\omega \sim 2\pi \times 6 \text{ GHz}, \text{ 我们得到 CPW 的自电容大小大约为 } C = \frac{1}{Z\omega} \sim 530.5 \text{ fF};$$

這個我們是 1 pF，是他的 2 倍

- (3) 利用公式 (2.4.9)，我们计算出当所需 qubit-cavity coupling 耦合强度为

$$60 \text{ MHz 时，对应所需耦合电容大小约为 } C_{q-c} \sim 2.26 \text{ fF};$$

即我們的 T-island 和 cavity 之間的耦合電容 C_g ，我們的 case 是 5 fF

- (4) 利用公式 (2.5.2)，我们计算出当所需 qubit-qubit coupling 耦合强度为 30 MHz 时，对应所需耦合电容大小约为 $C_{q-q} \sim 0.48 \text{ fF}$ ；

- (5) 除此以外，根据文献经验，qubit 的 XY-control 的耦合电容大小约为 $C_{xy} \sim 60 \text{ aF}$ ，Z-control 的耦合互感大小约为 $M_z \sim 2 \text{ pH}$ 。

从以上电路参数入手，接下来进行结构仿真。与正文所使用的 qubit 结构不一样的是，在此我们对 qubit 十字电容的尺寸有明确要求：总尺寸必须是 $600 \mu\text{m} \times 600 \mu\text{m}$ (非常规尺寸)。首先自然是设计 qubit 的自电容部分。该部分的电容主要来源于十字型电容到地平面的分布式电容总大小，并且远大于其他耦合端

口部分的电容。通过控制十字型电容的线宽、长度，以及到地平面的距离，我们得出结论，图 B.1 所示结构能稳定实现 $C \sim 90 \text{ fF}$ ，对应 $E_C = \frac{e^2}{2C} \sim h \times 210 \text{ MHz}$ 。但是如果进一步增大 E_C 以达到原有设计指标，只能缩减总尺寸。因而最终只能选择该种方案。也就是说，我们只有通过这种方式才能尽可能靠近非常规尺寸下的设计需求。

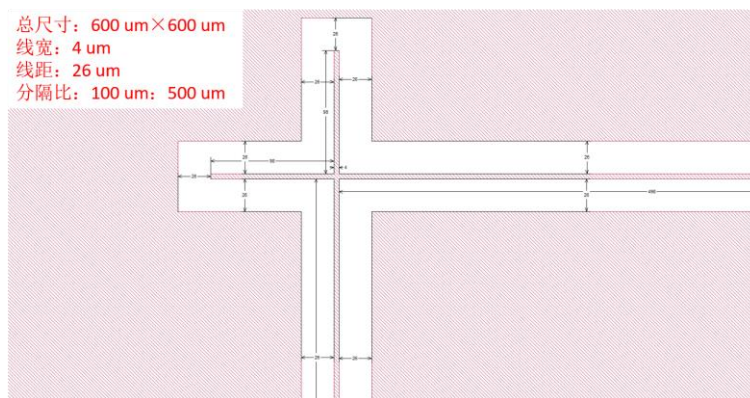


图 B.1 总尺寸为 $600\mu\text{m} \times 600\mu\text{m}$ 时，最接近指标充电能要求的设计参数。

其次是设计 qubit-qubit 的耦合电容。通过参数仿真我们发现，如果两个 qubit 的十字电容保持图 B.1 中被地平面包裹的设计，则极限情况下相互之间的电容最大只有 0.01 fF ，远达不到我们的要求，见图 B.2 (a)。因此我们选择挖掉地平面，并再次用 Sonnet 仿真。在极限情况下，得到的电容大小还是比指标值低 4 倍，仿真数值见图 B.2 (b)，横轴为间距 D 的大小，纵轴为电容大小。我们进一步增大 qubit 耦合部分的正对长度，见图 B.2 (c)，并再次进行参数仿真。通过两种电容模型的计算，我们得出了一个能够达到指标的合适电容范围，见图 B.2 (d)。

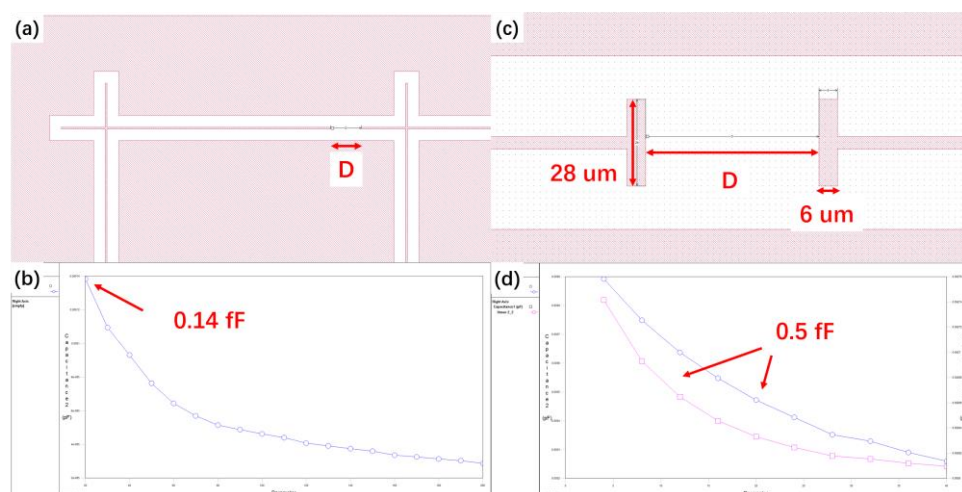


图 B.2 用 Sonnet 软件对两种不同电容结构进行参数仿真。

最后，我们用同样的原则设计 qubit 与 readout CPW 的耦合电容以及 qubit

XY-channel 的耦合电容大小以及 Z-channel 的耦合互感大小。使用 Sonnet 软件能够非常便捷地告诉我们设计参数的具体效果, 并能够依据参数仿真的结果给出具体指标的符合范围。在我们所有超导量子芯片的结构设计中, 我们均使用了 Sonnet 软件进行多轮仿真验证。

致 谢

本人博士期间所研究的是基于 transmon qubit 的量子芯片硬件支撑条件的研究与优化。在五年的学习与研究期间，本人研究并设计过多种超导量子芯片的结构，从无到有地搭建并改进了 transmon qubit 的测控平台，并且设计了一套通道量子芯片专用反馈测控系统。在此基础上，本人发表了一些学术成果，申请了数项专利，并对 transmon qubit 的测控以及优化方法建立了较为深刻的理解。而这些都是和我的老师、同级以及师妹们的帮助离不开的。在博士论文的结尾，我要向这么多年来帮助我成长的所有良师益友们表示感谢！在与你们共同努力的五年中，我不仅学到了专业知识，更养成了独特的思维方式、学习习惯以及沟通能力，尤其是提高了收集与整理资料的能力，这些宝贵的经历将使我受益终生。

首先我要感谢中国科学技术大学给了我一个成长的平台。我高二就来过科大，参加高中生数学、物理、化学、生物竞赛，分别来了一次。当时是 2008 年，恰逢科大 50 周年校庆前夕，回家的时候带了不少纪念品。次年我通过高考考上了中科大物理学院，然后 2013 年我又继续留在科大攻读博士研究生。一转眼十年过去了，今年是科大校庆 60 周年，我也即将毕业。在科大的这 9 年，我感受到浓厚的学术熏陶，这些都促使我进一步探索量子的微观世界。

其次我要感谢郭光灿院士。作为量子信息重点实验室的精神支柱，您本身就是我们不懈努力的明灯。2012 年暑假是我初次近距离接触您。当时我被选中参与一组量子信息重点实验室公开课的拍摄，那是郭老亲自授课的名为《来自量子世界的新技术》的一系列科普报告。刚刚学完量子力学的我，怀着崇敬之情听郭老用非常生动的语言形象地描述了我国尤其是实验室在量子信息领域的前沿进展，当时我印象最深的一个词叫‘量子隐形传态’，利用了量子纠缠实现信息的远程传递。这一系列公开课吸引了我，后来我决定留在实验室，加入了郭国平老师的固态量子芯片研究室团队，并且到现在都没有后悔这个决定。

感谢我的导师郭国平教授。您年轻，大胆，思维活跃，会经常提出看似很不合理但是却有深度的想法。郭老师花了大量精力为我们提供了实验平台、经费、宣传以及非常宝贵的校际学术交流的机会。尤其是在我进实验室初期，尚未明确自身定位的时候，多次耐心指导我，从不放弃。正因为此，我才能学到更多的知识，才能从一个学徒成长为能独立思考，辩驳的人。

感谢加州大学洛杉矶分校天文与物理系的姜弘文教授。姜老师是一个非常热情以及知识渊博的人，不管我提出什么问题都能给出客观可行的解决方法。这一点我最为佩服。姜老师指导我学习了很多电学测量、低温线路优化、数据分析的方法，并且时常鼓励我继续努力。我特别感动的是姜老师每年只有两至三次访问

机会，但每次来实验室遇到我的时候都会对我说，听说你最近又做了一个工作，你又成长了。姜老师将我们整个实验室的学生当成他自己的学生看待，记得我们每一个人的科研成果，并且永远能提出更高的要求 and 更远的改进方法，是我心中当之无愧的大师。

感谢李海欧老师，作为一个在实验室待了十来年的资深研究员，他精通实验室中一切细节，尤其是微纳加工的设备。在我不成熟的早期，李海欧老师纠正了我很多错误的实验习惯，并教会我很多加工设备的使用。感谢曹刚老师，曹老师专注于测控方法与物理实验的实现，因而在设计实验方案上以及测试实验样品中给了我极大的支持。

感谢我在实验室期间，所有和我沟通讨论以及共同生活过的师兄弟们。宋骧骧师兄是我遇到的第一个细致的分析实验中的物理的人，在我们的沟通讨论中，经常给出自己独到的见解。邓光伟师兄细致研究过腔与半导体体系相互作用，指导我完成 3D 腔的实验，并教会我稀释制冷机的使用，我们还曾经共同研究过一年纳米机械振子体系。尤杰师兄与魏达师兄教给我很多生活经验，改变了我在应对实验失败时的挫折心态。韩天一师兄对高频电路有细致的研究，在搭建实验线路中给我的启发很大。李舒啸师兄在我进实验室初期带我学习了基本的微纳加工方法以及数据处理方法，这两者都是通用方法，因而对我的持续帮助很大。感谢王保传师兄教会我 e-line 的使用，使得我能够开发出早期约瑟夫森结以及 SQUID 链谐振腔的制备工艺。感谢罗刚师兄长期使用 AFM 帮助我表征约瑟夫森结的表面质量。感谢张拙之，作为我本科同班同学以及研究生同事，我们一起共处了九年时间。在实验室学习期间和张拙之的交流最多，受到的启发也非常大。张拙之对于样品加工工艺具有深刻的研究，尤其是在复合二维材料三明治结构的制备工艺上。同时也要感谢李炎和刘頔在工作和生活中给予的帮助。感谢贾志龙师弟，他是我带的第一个师弟，我们的分工是他继续研究超导比特加工工艺，我转向对 qubit 测控方法以及硬件支撑条件的研究。同时，贾志龙在数据采集卡以及 matlab 代码改进上所做的工作对我有极大的帮助，在他的帮助下，我们 qubit 的制备工艺一步步稳定下来。感谢段鹏师弟在 IMPA 分析中给予我的启发和帮助。感谢杨鑫鑫师妹，两年来协助我搭建测控系统以及测试 qubit 样品。没有我们的分工合作，很多优化工作是无法完成的。感谢浙江大学王腾辉博士与张贞兴博士，作为我们的合作战友，他们在测控方法上给予我很大的帮助，同时帮助我们测试了大量 qubit 样品。最重要的是，在超导比特测控实验上，他们纠正了我大量模糊的概念与错误的理解，在他们的帮助下，我对于超导 qubit 逐渐形成正确并深入的理解。

另外，我还要感谢汪成友老师以及谭浩老师在实验室日常维护工作中付出的

贡献，感谢南京大学于海峰老师、浙江大学尹艺老师长期以来给我的支持与实验帮助。感谢牛津仪器的吴刚工程师在稀释制冷机维护检修上给予的重大帮助，在他的帮助下，我们才能保证测控系统的长期稳定。感谢是德科技的倪勇乔工程师在微波仪器的使用以及系统搭建方案中给予我的帮助。感谢成都中微达信科技有限公司在量子芯片专用反馈测控系统的设计与加工中给予我的极大支持，我们的长期沟通讨论让我对测控方法及测控技术的理解进一步提升。感谢我的女朋友王雪梅，你就是我继续努力工作的动力。感谢中科院量子信息实验室的肖明老师、周正威老师、张永生老师、王涛老师、吴莉老师在我五年的博士学习、生活中提供的巨大帮助。感谢本源量子的全体员工，感谢实验室所有低年级以及大四未毕业即在实验室学习工作的师弟妹们，感谢你们在我的学习、科研、生活中提供的人文关怀。

最后，也是最重要的，我要感谢我的父母。你们赋予我生命，并在我二十五年的人生路中付出了太多的心血，这些我无法用简单的言语表达清楚。没有你们的照顾，鼓励，引导，支持，我无法取得今天的成绩。我会继续努力，并用我的后半辈子报答你们无限的恩情。祝愿你们永远身体健康，永葆青春！

孔伟成

2018年5月于中国科学技术大学

攻读博士学位期间发表的学术论文与其他研究成果

已发表论文:

- [1] Wei-Cheng Kong, Guang-Wei Deng, Shu-Xiao Li, Hai-Ou Li, Gang Cao, Ming Xiao, Guo-Ping Guo, Introduction of DC line structures into a superconducting microwave 3D cavity, Review of Scientific Instruments 86, 023108 (2015).
- [2] Dong Zhu*, Xin-He Wang*, Wei-Cheng Kong*, Guang-Wei Deng, Jiang-Tao Wang, Hai-Ou Li, Gang Cao, Ming Xiao, Kai-Li Jiang, Xing-Can Dai, Guang-Can Guo, Franco Nori, Guo-Ping Guo, Coherent Phonon Rabi Oscillations with a High-Frequency Carbon Nanotube Phonon Cavity, Nano Letters 17, 915 (2017).
- [3] Guang-Wei Deng, Da Wei, Shu-Xiao Li, JR Johansson, Wei-Cheng Kong, Hai-Ou Li, Gang Cao, Ming Xiao, Guang-Can Guo, Franco Nori, Hong-Wen Jiang, Guo-Ping Guo, Coupling two distant double quantum dots with a microwave resonator, Nano Letters 15, 6620 (2015).

待发表论文:

- [1] Wei-Cheng Kong, Xin-Xin Yang, Chi Zhang, Guang-Ming Xue, and Guo-Ping Guo¹, Design and Characterization of a Josephson Parametric Amplifier with bandwidth exceeding 1 GHz, submitted to Scientific Reports.

已获授权专利:

- [1] 郭国平, 孔伟成等, 一种含直流引线结构的 3D 微波谐振腔 (CN204497356U)
- [2] 郭国平, 杨鑫鑫, 贾志龙, 孔伟成等, 一种超导微波纳米谐振腔 (CN206610898U)
- [3] 郭国平, 杨鑫鑫, 贾志龙, 孔伟成等, 量子芯片、量子数据总线及微波传输线谐振腔 (CN207217729U)
- [4] 郭国平, 杨鑫鑫, 孔伟成等, 一种基于非对称环形腔的量子环形器 (CN206947487U)
- [5] 郭国平, 贾志龙, 孔伟成等, 一种窄带宽可调滤波器及其制备方法 (CN107482289A)
- [6] 郭国平, 段鹏, 孔伟成等, 低温微波源、低温微波源芯片及其制备方法 (CN107393941A)

